

O ZAKONU SILA (1755)

koje postoje u prirodi

[1] Prethodne smo godine izložili najvažniji temelj naše teorije sila koje postoje u prirodi, a u njoj je sadržan svojevrsan novi sustav koji se odnosi na same elemente tvari kao i sva gibanja koja se događaju u prirodi od kojih je, dakako, sadržana cjelokupna priroda. Teoriju smo prvi put iznijeli u *Raspravi o živim silama* 1745, a zatim u *Raspravi o svjetlosti* 1748. Istu smo nagovijestili u našoj raspravi *O zakonu neprekinutosti* iz prethodne godine, a opširnije ju je u svom *Pregledu opće fizike* izložio i naširoko putem prirodnih pojava izveo o. Carlo Benvenuti, veoma učen muž naše Družbe. Povrh toga, to što se odnosi na metafizičke napomene odgovarajuće tom sustavu obilno smo izložili ove godine u našim bilješkama te u dopuni doista besmrtnog djela, dakako *Novije filozofije* Benedikta Staya, muža veoma poznatog diljem književnih krugova. Naš se pak temelj sadrži u samom zakonu neprekinutosti, koji smo, ne varamo li se, obilno dokazali i na osnovi metafizičkih načela i na osnovi indukcije, a osobitosti koje bi mu se mogle suprotstaviti dijelom smo sami izložili ondje, a dijelom ih je Benvenuti opširnije istumačio u onom *Pregledu*.

2. Ove ćemo godine ponešto pažljivije izložiti sam zakon, dakle onu krivulju koja svojim ordinatama iskazuje sile koje odgovaraju određenim udaljenostima, i ovdje ćemo napokon pokazati ponajprije njegovu jednostavnost naznačenu na više mjesta. Kad se dovoljno potvrdi o prirodi takve krivulje, trebat će prijeći na zakone, najprije od onih jednostavnijih koji se odnose na dvije točke, a potom na one koji se odnose na tri ili četiri točke.

nent puncta, tum ad eas, quae ad terna, vel quaterna; unde crescente numero casuum in infinitum, conjici aliquid poterit de reliquis, quae ad massas e pluribus punctis compositas pertinent. Sed ea aliis dissertationibus reservabimus, contenti hic sola consideratione legis simplicissimae ad mutuas pertinentis binorum punctorum vires; quam tamen antequam exponimus, attingemus brevissime nonnulla etiam, quae pertinent ad fundamentum illud, nimirum ad legem continuitatis.

3. Lex continuitatis, quam propugnamus, et qua utimur ad nostri systematis demonstrationem, in eo est sita, quod in quavis quantitatum mutatione ab una magnitudine ad aliam transitus fieri non possit, nisi transeundo per omnes intermedias magnitudines. In eo principio intelligendo sunt, qui plurimum errent ibi potissimum, ubi a positivis ad negativa fit gradus putantes ibi saltum quendam committi. Si transitus fiat per nihilum (potest enim is in Geometria fieri etiam per infinitum), debet quantitas decrescere prius per omnes magnitudinis gradus usque ad nihilum, tum ex nihilo negativa emergere; nec in eo transitu per nihilum habetur saltus quispiam: quin immo saltus excludi non potest, ubi transitus is per infinitum non fiat, nisi fiat per nihilum. Ea de re pluribus egimus in nostra dissertatione de transformatione locorum geometricorum adjecta ad calcem tomi 3 nostrorum elementorum, et agemus infra; et quidem in Mechanica, in Physica, in ipsa humanae vitae institutione ejusmodi transitus per nihilum passim occurrunt, ubi saltus ab una magnitudine ad aliam, immediatus sine intermediis, habetur omnino nusquam.

[4] Porro binis methodis ipsum id principium demonstratum a nobis fuit, ut supra innuimus. Primo quidem rationibus metaphysicis, tum inductione. Ratio autem metaphysica, huc redibat; quod nimirum cujuscumque seriei realis continuae determinato tempore durantis debeat omnino haberi primus terminus, et ultimus, ut in linea finita primum, et ultimum punctum, in superficie prima, et ultima linea, in solido prima, et ultima superficies omnino haberi debent, quod ibidem et

Potom će se, kako broj slučajeva bude rastao do u beskonačnost, moći ponešto pridodati o ostalom što se odnosi na mase sastavljene od više točaka. Međutim, to ćemo sačuvati za druge rasprave, zadovoljivši se na ovom mjestu samim razmatranjem onog najjednostavnijeg zakona koji se odnosi na uzajamne sile dviju točaka. Ipak, prije negoli izložimo taj zakon, ukratko ćemo se dotaknuti ponečega što se tiče onog temelja, dakako zakona kontinuiteta.

3. Zakon kontinuiteta, čiji smo pobornici, a kojim se služimo u dokazivanju našeg sustava, sastoji se u tome što se u bilo kakvoj promjeni kvantiteta prijelaz od jedne veličine prema drugoj ne može dogoditi drugačije nego prelaženjem kroz sve međustupnjeve veličina. Prilikom razumijevanja tog načela postoje oni koji ponajviše griješe upravo onda kada se događa prijelaz od pozitivnog prema negativnom, držeći da se tada događa nekakav skok. Kada bi se prijelaz događao preko ničice (a u geometriji se on može događati čak i kroz beskonačnost), kvantiteta bi najprije morala opadati po svim stupnjevima veličine sve do ničice, a zatim iz nje proizlaziti kao negativna; a u tom prijelazu kroz ničicu nije sadržan nikakav skok: dapače, skok se ne može isključiti ondje gdje se taj prijelaz ne događa kroz beskonačnost, osim ne događa li se kroz ničicu. Time smo se više bavili u našoj raspravi *O transformaciji geometrijskih mjesta* pridodanoj na kraju trećeg sveska naših *Počela*, a bavit ćemo se i nešto niže. Doista, u mehanici, kao i fizici, u samom početku ljudskog života posvuda se pojavljuje prijelaz te vrste kroz ničicu, a nigdje nema skoka od jedne veličine prema drugoj koji bi se pojavio izravan, dakle bez međustupnjeva.

[4] Nadalje, to smo isto načelo dokazali dvjema metodama, kako smo gore napomenuli. Prvo metafizičkim razlozima, a potom indukcijom. Metafizički se pak razlog svodio na ovo: da bilo koji stvarni i kontinuirani niz koji traje određeno vrijeme mora sadržavati prvu i posljednju među, kao što na konačnoj crti moraju postojati prva i posljednja točka, na površini prva i posljednja crta, a na čvrstom tijelu prva i posljednja ploha. To

schemate apposito illustravimus. Porro inde deducebamus, si habeatur saltus, eo momento temporis, quod est limes indivisibilis inter tempus continuum praecedens, et subsequens, debere eodem illo momento haberi binos status (aut, si de velocitate per saltum mutata agitur, binas velocitates), alterum, qui sit ultimus finis seriei statuum praecedentium, alterum, qui sit primum initium statuum sequentium. Porro ubi bini status simul conjuncti repugnant, ut repugnant naturaliter binae velocitates eodem momento temporis, binae moles, binae densitates ejusdem massae, illud consequitur repugnare saltum ipsum. Atque ex hoc quidem capite ostendimus necessarium esse illud, ut ex uno loci puncto ad aliud deveniri non possit, nisi per lineam aliquam continuam, que nusquam abrumpatur, licet infinita sint linearum genera, per quas abiri possit. Quia nimirum eo momento temporis, quo iter abrumperetur, oporteret mobile esse et in ultimo puncto lineae praecedentis, et in primo consequentis, cum momentum temporis unicum indivisibile sit limes inter tempus praecedens, et subsequens ita, ut non possit momentum momento contiguum esse, sine ullo tempore continuo intermedio, adeoque non possit uno momento absolvi series praecedens, altero immediate subsequenti inchoari series subsequens. Deinde idem principium ex inductione etiam comprobavimus, quam et ex Geometria desumpsimus, et ex naturae indole sane amplam. Sed ea ibidem fusius.

5. Porro proferemus hic bina exempla eorum, quae viderentur nostrae huic legi officere, quorum alterum e Geometria petatum est, et superiore anno innuimus, alterum e Metaphysica, sed utrumque solutionem admittit admodum facilem, et solidam, quibus adjungemus aliud petatum ab humanae libertatis natura.

6. Primo quidem videtur saltus quidam admitti maximus in primo exortu, vel ultimo interitu rerum, in creatione potissimum, in qua quidpiam transit ex nihilo, ad esse aliquid, et idem in interitu videtur contingere, in quo fit transitus de esse ad non esse. Videtur ibi maximus committi saltus quidam,

smo ondje i pojasnili priloživši crtež. Iz toga smo izveli sljedeće: kad bi postojao skok, u tom bi vremenskom trenutku, koji je nedjeljiva granica između neprekinutog vremena: onog koje prethodi i onog koje slijedi, dakle u tom bi istom trenutku morala biti sadržana dva stanja (ili, ukoliko se radi o brzini koja se mijenja skokom, dvije brzine), jedno koje bi bilo zadnji kraj niza prethodnih stanja i drugo koje bi bilo prvi početak sljedećih stanja. Nadalje, gdje se dva stanja uzajamno povezana opiru jedno drugom, kao što se u istom vremenskom trenutku prirodno opiru dvije brzine, dva obujma i dvije gustoće iste mase, iz toga slijedi da se odbacuje i sam skok. I doista smo na osnovi ovog poglavlja pokazali da je nužno da se iz jedne mjesne točke ne može stići do druge, osim po nekoj kontinuiranoj crti koja se ni na jednom mjestu ne prekida, premda postoji beskonačno mnogo vrsta crta po kojima se može krenuti. Dakako, budući da bi u onom vremenskom trenutku u kojem bi došlo do prekida trebalo postojati gibanje i u posljednjoj točki prethodne crte i u prvoj susljedne, s obzirom na to da je vremenski trenutak jedinstvena i nedjeljiva granica između prethodećeg i susljednog vremena, tako da se trenuci ne mogu dodirivati bez nekakvog kontinuiranog vremena između njih, pa se prema tome prethodeći niz ne može dovršiti u jednom trenutku a da smjesta u drugom susljednom trenutku započne susljedni niz. Prema tome smo isto načelo dokazali i na osnovi indukcije koju smo uzeli i iz geometrije, koja je po prirodi stvari dovoljno opširna. Ali o tome više ondje.

5. Dalje ćemo ovdje iznijeti dva primjera za koje se čini da se suprotstavljaju ovom našem zakonu, od kojih je jedan uzet iz geometrije, a nagovijestili smo ga prethodne godine, a drugi iz metafizike, no oba dopuštaju vrlo lako, a i pouzdano rješenje: njima ćemo pridružiti još jedan primjer uzet iz naravi ljudske slobode.

6. Kao prvo, uistinu izgleda da se nekakav ponajveći skok dopušta u prvom nastanku, odnosno posljednjem nestanku stvari, ponajviše u stvaranju u kojem nešto prelazi iz ničega u ne-

quo inductio perturbetur. Sed praeterea videtur in maximum absurdum nos debere incidere, si rationi illi metaphysicae libeat insistere. Nam eo momento temporis, quod est limes inter tempus praecedens continuum, quo res non erat, et tempus subsequens, quo est, videtur ex nostris principiis debere consequi, ut res simul sit, et non sit. Series enim praecedens habebat non esse, subsequens habet esse; adeoque si conjungi debeat terminus ultimus seriei praecedentis, et primus sequentis, videtur manifestum illud, debere eodem momento temporis haberi esse, et non esse.

7. Haec quidem difficultas, quam a nemine nobis objectam, nos ipsi pervidimus, negotium nobis aliquandiu facessit, et erat quidem unica, quae nobis aliquid habere difficultatis videretur. Sed Geometria duce facile inde evasimus, et ipsam metaphysicam rationem adepti sumus, quae totam theoriam nostram ab ejusmodi telo servavit illaesam.

F. 1. 8. Sit nimirum in *fig. 1.* circulus $GMG'm$, qui referatur ad datam rectam AB per ordinatas HM ipsi rectae perpendiculares, uti itidem perpendiculares sint binae tangentes EGF , $E'G'F'$. Concipiatur igitur recta quaedam indefinita ipsi rectae perpendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B . Ubi ea habuerit positionem quamcumque CD , quae praecedat tangentem EF , vel $C'D'$, quae consequatur tangentem $E'F'$; ordinata ad circulum nulla erit, sive erit impossibilis, et, ut Geometrae loquuntur, imaginaria. Ubi cumque autem ea sit, inter binas tangentes EGF , $E'G'F'$, in HI , $H'I'$ occurret circulo in binis punctis M , m ; vel M' , m' , et habebitur valor ordinatae HM , Hm , vel $H'M'$, $H'm'$. Ordinata quidem ipsa respondet soli intervallo EE' ; et si ipsa linea AB referat tempus, momentum E est limes inter tempus praecedens continuum AE , quo ordinata non est, et tempus continuum EE' subsequens, quo ordinata est; punctum E' est limes inter tempus praecedens EE' , quo ordinata est, et subsequens $E'B^a$, quo non est. Vita igitur qua-

^a corr. ex: $E'B'$

kakvo postojanje, a isto se čini da se događa u nestajanju u kojem se događa prijelaz iz bitka u nebitak. Čini se da ondje počinje nekakav najveći skok kojim se remeti indukcija. No, osim toga, izgleda da bismo morali zapasti u najveći apsurd kad bismo se uporno držali tog metafizičkog razloga. Naime, u onom vremenskom trenutku koji je granica između kontinuiranog prethodećeg vremena, u kojem stvar nije postojala, i susljednog vremena, u kojem postoji, na osnovi naših načela čini se da mora slijediti da stvar u isto vrijeme i jest i nije. Naime, prethodeći je niz imao nebitak, dok susljedni ima bitak; prema tome, kad bi se posljednja međa prethodećeg niza morala spojiti s prvom slijedećeg, čini se da je jasno da bi u istom trenutku morao postojati i bitak i nebitak.

7. Zaista, ta poteškoća, koju nam nitko nije predbacio, nego smo je sami predvidjeli, unekoliko nam je produžila posao i bila je uistinu jedina za koju nam je izgledalo da sadrži nekakvu poteškoću. Međutim, vođeni geometrijom, lako smo izišli odande i stekli metafizički razlog koji je čitavu našu teoriju sačuvao nepovrijeđenom od oružja te vrste.

8. Neka je, dakle, na *sl. 1* kružnica $GMG'm$ čiji se odnos sa zadanom crtom AB izražava ordinatama HM okomitima na samu tu crtu, tako da su na nju okomite dvije tangente EGF i $E'G'F'$. Neka se zatim zamisli neka beskonačna crta, okomita na samu tu dužinu, koji se neprekinutim gibanjem prenosi od A do B . Kad ona bude imala koji god položaj CD koji prethodi tangenti EF , odnosno $C'D'$, koji slijedi iza tangente $E'F'$, ordinata na kružnicu bit će nula, odnosno bit će nemoguća i, kako to kažu geometri, imaginarna. A gdje ona postoji, između dviju tangenti EGF , $E'G'F'$ u HI i $H'I'$ pojavit će se na kružnici u dvama točkama M , m , odnosno M' , m' i imat će vrijednost ordinate HM , Hm , odnosno $H'M'$, $H'm'$. Sama pak ordinata odgovarat će samo intervalu EE' ; a ako sama crta AB predstavlja vrijeme, trenutak E jest granica između kontinuiranog prethodećeg vremena AE u kojem ne postoji ordinata, i susljednog vremena EE' u kojem postoji ordinata. Točka E' je granica između

Sl. 1.

edam ordinatae est tempus EE' , ortus habetur in E , interitus in E' . Quid autem in ipso ortu, et interitu? Habetur ne esse quoddam ordinatae, an non esse? Habetur utique esse, nimirum EG , vel $E'G'$, non autem non esse. Oritur tota finitae magnitudinis ordinata EG , interit tota finitae magnitudinis $E'G'$; nec tamen ibi conjugit esse, et non esse, nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus terminus seriei sequentis, sine ultimo seriei praecedentis, et habetur momento E' ultimus terminus seriei praecedentis, sine primo termino seriei sequentis.

9. Quare autem id ipsum accidat, si Metaphysica consideratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili nullae sunt reales proprietates: entis realis reales proprietates sunt. Quaevis realis series initium reale habere debet, et finem, sive primum, et ultimum terminum. Id quod non est, nullam habet realem proprietatem, nec proinde sui generis ultimum terminum, aut primum. Series praecedens ordinatae nullius ultimum terminum non habet: series consequens non habet primum: series realis contenta intervallo EE' , et primum habere debet, et ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per sese excludunt, cum ipsum esse per se excludat non esse.

10. Atque id quidem manifestum fiet magis, si consideremus seriem aliquam praecedentem realem, quam exprimant ordinatae ad lineam continuam PLg , quae respondeat toti tempori AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis respondeat ordinata CL . Tum vero si momento E debeat fieri saltus ab ordinate Eg ad ordinatam EG , necessario ipsi momento E debent respondere binae ordinatae EG , Eg . Nam in tota linea PLg non potest deesse solum ultimum punctum g ; cum ipso sublato, debeat adhuc illa linea terminum habere suum, qui terminus esset itidem punctum; id vero punctum idcirco fuisset ante contiguum puncto g , quod est absurdum, ut in eadem dissertatione demonstravimus. Nam inter quodvis punctum, et aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quae si non interja-

prethodećeg vremena EE' u kojem postoji ordinata i susljednog $E'B$ u kojem ne postoji. Stoga je nekakav život ordinate vrijeme EE' , začetak se nalazi u E , a nestanak u E' . Što se pak događa u samom začetku, odnosno nestanku? Postoji li ondje neki bitak ordinate, odnosno nebitak? Svakako postoji bitak, dakako u EG , odnosno $E'G'$, ali ne postoji nebitak. Nastaje čitava ordinata konačne veličine EG , a u potpunosti nestaje čitava ordinata konačne veličine $E'G'$; pa ipak se ni ondje ne spajaju bitak i nebitak, niti to sobom povlači ikakav besmisao. U trenutku E nalazi se prvi član slijedećeg niza, bez posljednjeg prethodećeg niza, odnosno u trenutku E' nalazi se posljednji član prethodećeg niza, bez prvog člana slijedećeg niza.

9. Zašto se pak događa upravo to odmah će biti jasnije ukoliko stvar odvagnemo metafizičkim promišljanjem. Dakako, pravo ništa ne posjeduje stvarna svojstva: stvarni bitak posjeduje stvarna svojstva. Bilo koji stvarni niz mora imati stvarni početak i kraj, odnosno prvi i posljednji član. Ono što ne postoji, ne posjeduje nikakvo stvarno svojstvo, pa shodno tome ni svojevrsnog posljednjeg ili prvog člana. Prethodeći niz nulte ordinate nema posljednjeg člana: susljedni niz nema prvog: stvarni niz koji sadrži razmak EE' , mora imati i prvi i posljednji. Njegovi stvarni članovi sami po sebi isključuju onaj član ničega, s obzirom na to da samo bitak po sebi isključuje nebitak.

10. A to će doista postati tim očitije ukoliko promotrimo nekakav niz koji prethodi stvarnom nizu koji izražavaju ordinate na neprekinutu crtu PLg , koje odgovaraju čitavom vremenu AE tako da bilo kojem trenutku C tog vremena odgovara ordinata CL . Tada pak, ako se u trenutku E treba dogoditi skok od ordinate Eg prema ordinati EG , istom tom trenutku E nužno moraju odgovarati dvije ordinate EG i Eg . Naime, u čitavoj crti PLg ne može nedostajati samo jedna posljednja točka g ; ukoliko bismo je maknuli, morala bi ona crta imati svoju među koja bi bila ista ta točka. Prema tome bi ta točka bila ona koja je prije bila susljedna točki g , što je besmisleno, kako smo dokazali u istoj raspravi. Naime, između bilo koje točke i neke druge mora

ceat, jam illa puncta in unicum coalescunt. Quare non potest deesse nisi lineola aliqua gL , ita, ut terminus seriei praecedentis sit in aliquo momento C praecedente momentum E , et disjuncto ab eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momentis omnibus ordinata sit nulla.

11. Patet igitur discrimen inter transitum a vero nihilo, nimirum a quantitate imaginaria, ad esse, et transitum ab una magnitudine ad aliam. In primo casu terminus nihili non habetur, habetur terminus uterque seriei veram habentis existentiam, et potest quantitas, cujus ea est series, oriri, vel occidere magnitudine finita, ac per se excludere non esse. In secundo casu necessario haberi debet utriusque seriei terminus, alterius nimirum postremus, alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, et in annihilatione potest quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, et primum, ac ultimum esse erit quoddam esse, quod secum non conjunget una non esse. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quantitate ad aliam transire debet per saltum; momento temporis, quo saltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet igitur illaesum argumentum nostrum metaphysicum pro exclusione saltus a creatione, et annihilatione, sive ortu, et interitu.

12. At hic illud etiam notandum est; quoniam ad ortum, et interitum considerandum Geometricas contemplationes assumpsimus, videri quidem prima fronte, aliquando realis etiam seriei terminum postremum esse nihilum; sed re altius considerata, non erit vere nihilum, sed status quidam itidem realis, et ejusdem generis cum praecedentibus, licet alio nomine insignitus.

F. 2. 13. Sit in *fig. 2.* linea AB , ut prius, ad quam linea quaedam PL deveniat in G , et sive pergat ultra ipsam in GM , sive retro resiliat per GM . Recta CD habebit ordinatam CL , quae evanescet, ubi puncto C abeunte in E , ipsa CD abibit in EF , tum in positione ulteriori rectae perpendicularis in HI vel abibit in negativam HM , vel retro positiva regredietur in HM . Ubi linea altera cum altera coit, et punctum E alterius cum alte-

ležati nekakva crta; kad je ne bi bilo te bi točke srasle u jednu. Stoga mora postojati nekakva crtica gL tako da se međa prethodnog niza nalazi u nekom trenutku C koji prethodi trenutku E , i odvojen je od njega nekim neprekinutim vremenom, a u svim trenucima tog vremena ordinata je nula.

11. Stoga je očigledna razlika između prijelaza iz pravog ništa, to jest iz imaginarne količine, u bitak, odnosno prijelaza od jedne veličine prema drugoj. U prvom slučaju ne postoji međa od ništa, a postoje obje međe niza koji posjeduje pravo postojanje, te količina kojoj taj niz pripada može nastati, odnosno nestati kada veličina okonča i po sebi isključiti nebitak. U drugom slučaju nužno mora postojati međa obaju nizova, naime posljednja prvoga i prva drugoga. Zbog toga količina i u stvaranju i u uništavanju može nastati, odnosno propasti kada veličina skonča, pa će i prvi i posljednji bitak postojati kao nekakav bitak što sa sobom neće povlačiti neki nebitak. Suprotno je pak kad stvarna veličina mora prijeći od jedne kvantitete prema drugoj skokom; u vremenskom trenutku u kojem se događa skok morale bi postojati obje međe. Stoga neoborenim ostaje naš metafizički dokaz za isključenjem skoka od stvaranja i uništenja, odnosno nastanka i nestanka.

12. A ovdje treba također spomenuti i ovo: s obzirom na to da smo za promatranje nastanka i nestanka prihvatili geometrijska razmatranja, na prvi se pogled doista čini da je u nekom trenutku posljednji član i stvarnog niza ništa, međutim ukoliko se stvar promotri malo dublje, doista neće biti pravo ništa, nego nekakvo stanje isto tako stvarno i iste vrste s onima koja mu prethode, premda je označeno drugim imenom.

13. Neka je na *sl. 2* crta AB kao i prije, prema kojoj u točki G dolazi neka crta PL , i da se ili dalje nastavlja ispod nje u GM ili da se ponovno penje prema GM' . Pravac CD imat će ordinatu CL , koja će nestati onda kada točka C dođe u E , a CD će otići u EF , a zatim će u krajnjem položaju okomitog pravca u HI otići ili u negativnu ordinatu HM ili se ponovno kao pozitivna vrati-

Sl. 2.

rius puncto G congregitur, ordinata CL videtur abire in nihilum ita, ut nihilum, quemadmodum et supra innuimus, sit limes quidam inter seriem ordinarum positivarum CL, et negativarum HM, vel positivarum CL, et iterum positivarum HM'. Sed si res altius consideretur ad Metaphysicum conceptum reducta; in situ EF non habetur verum nihilum. In situ CD, HI habetur distantia quaedam punctorum CL, HM: in situ EF habetur eorundem punctorum compenetratio. Distantia est relatio quaedam binorum modorum, quibus bina puncta existunt, compenetratio itidem est relatio binorum modorum, quibus ea existunt, quae compenetratio est aliquid reale ejusdem prorsus generis, cujus est distantia, constitutum nimirum per binos reales existendi modos.

14. Totum discrimen est in vocabulis, quae nos imposuimus. Bini locales existendi modi infinitas numero relationes possunt constituere, alii alias. Hae omnes inter se et differunt, et tamen simul etiam plurimum conveniunt; nam reales sunt, et in quodam genere congruunt, quod nimirum sint relationes ortae a binis localibus existendi modis. Diversa vero habent nomina ad arbitrium instituta, cum aliae ex ejusmodi relationibus, ut CL, dicantur distantiae positivae, relatio EG dicatur compenetratio, relationes omnes HM dicantur distantiae negativae. Sed quoniam ut a decem palmis distantiae demptis 5 relinquuntur 5, ita demptis aliis quinque habetur nihil; non quidem verum nihil, sed nihil in ratione distantiae a nobis ita appellatae, cum remaneat compenetratio: ablatis autem aliis 5, remanent 5 palmi distantiae negativae. Ista omnia realia sunt, et ad idem genus pertinent, cum eodem prorsus modo inter se disserant distantia palmorum 10 a distantia palmorum 5, haec a distantia nulla, sed reali, quae compenetrationem importat, et haec a distantia negativa palmorum 5. Nam ex prima illa quantitate eodem modo devenitur ad hasce posteriores per continuam ablationem palmorum 5. Eodem autem pacto infinitas ellipses, ab infinitis hyperbolis nulla interjecta parabola discriminat, quae quidem unica nomen peculiare sortita est, cum illas numero infinitas, et a se invicem admodum

ti u HM'. Tamo gdje se jedna crta spaja s drugom i gdje se točke E i G sastaju jedna s drugom, izgledat će da ordinata CL odlazi u ništa tako da ništa, kako smo već i gore nagovijestili, postaje nekakva granica između niza pozitivnih ordinata CL i negativnih HM, odnosno pozitivnih CL i ponovno pozitivnih HM'. Međutim, ukoliko se stvar, svedena na metafizički koncept, razmotri malo dublje, onda u položaju EF ne bi doista postojalo pravo ništa. U položajima CD, HI postojala bi neka udaljenost točaka CL, HM, a u položaju EF postojala bi kompenetracija tih točaka. Udaljenost je nekakav odnos dvaju načina postojanja dviju točaka, a kompenetracija je isto tako odnos dvaju načina njezina postojanja, i ta je kompenetracija nešto posve stvarno i iste vrste kao i udaljenost koja se naime uspostavlja dvama stvarnim načinima opstojnosti.

14. Sva je razlika u nazivima koje smo postavili. Dva mjesna načina postojanja mogu tvoriti beskonačan broj veza, a drugi načini druge. Sve se one međusobno razlikuju, pa ipak se ujedno i nadasve slažu; naime, stvarne su i u nekoj se vrsti slažu, jer su naime veze nastale od dvaju mjesnih načina postojanja. Imaju pak različita proizvoljno im dodijeljena imena, s obzirom na to da se jedne od tih veza, kao CL, nazivaju pozitivne udaljenosti, veza EG naziva se kompenetracija, a sve veze HM negativne udaljenosti. No, kad se od udaljenosti od deset pedalja oduzme 5, ostane 5, a kad se oduzme još 5, ostaje ništa. To nije doista ništa, nego ništica u računanju udaljenosti koju smo sami tako nazvali s obzirom na to da preostaje kompenetracija: oduzme li se još drugih 5, preostaje 5 pedalja negativne udaljenosti. Sve je to stvarno i odnosi se na istu vrstu, jer se na posve isti način međusobno razlikuje udaljenost od 10 pedalja od udaljenosti od 5 pedalja, kao ta od udaljenosti od nule, ali stvarne su jer uzrokuju kompenetraciju, a udaljenost od nule na isti se način razlikuje od negativne udaljenosti od 5 pedalja. Naime, od te se prve kvantitete na isti način dolazi do ovih kasnijih stalnim oduzimanjem 5 pedalja. Na isti način i umetnuta parabola razdvaja beskonačne elipse od beskonačnih hiperbola, i ona je pak jedina stekla osobito ime, jer ostale koje

discrepantes unico vocabulo complectamur, licet altera magis oblonga ab altera minus oblonga plurimum itidem diversa sit.

15. Et quidem eodem pacto status quidam realis est quies, sive perseverantia in eodem modo locali existendi; status quidam realis est velocitas nulla puncti existentis, nimirum determinatio perseverandi in eodem loco; status quidam realis puncti existentis est vis nulla, nimirum determinatio retinendi praecedentem velocitatem, et ita porro: plurimum haec discrepant a vero non esse. Casus ordinatae respondentis lineae EF in *fig. 3*, plurimum differt a casu ordinatae circuli respondentis lineae CD *figurae 1*. In prima existunt puncta, sed compenetrata. In secunda alterum punctum impossibile est. Ubi in solutione problematum devenitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem secundi generis, problema evadit impossibile; usque adeo in hoc secundo casu habetur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo primo habetur aliquid realibus proprietatibus praeditum, quod ipsis etiam solutionibus problematum, et constructionibus veras sufficit, et reales determinationes.

16. Firmum igitur manebit semper, et stabile, seriem realem quamcumque, quae continuo tempore finito duret, debere habere et primum principium; et ultimum terminum realem, sine ullo absurdo, et sine conjunctione sui esse cum non esse, si forte duret eo solo tempore, dum si praecedenti etiam extitit tempore, habere debet et ultimum terminum seriei praecedentis, et primum sequentis, qui debent esse unicus indivisibilis communis limes, ut momentum est unicus indivisibilis limes inter tempus continuum praecedens, et subsequens. Sed haec de ortu, et interitu jam satis.

F. 3. 17. Altera difficultas, quam superiore anno innuimus, et cujus solutionem dedimus, nostro quidem iudicio non ineptam, petitur a mutatione, quae videtur haberi tangentis in curva, quae cuspidem habeat. Hic evidentius ostendemus, eam nostrae

su brojem beskonačne i međusobno neusklađene obuhvaćamo jednim nazivom, premda je jedna više izdužena itekako različita od druge koja je to manje.

15. I doista je na isti način i mirovanje nekakvo stvarno stanje, odnosno ustrajnost bivanja u istom načinu mjesnog postojanja. I nulta je brzina postojeće točke nekakvo stvarno stanje, naime određenje za ustrajnost na istom mjestu. Nekakvo stvarno stanje postojeće točke jest i nulta sila, odnosno ustrajnost zadržavanja prethodne brzine i tako dalje. Sve se to veoma razlikuje od pravog nebitka. Slučaj ordinate koja odgovara crti EF na *sl. 3* veoma se razlikuje od slučaja ordinate kružnice koja odgovara crti CD na *slici 1*. U prvom postoje točke, ali kompenetrirane. U drugom je nemoguća druga točka. Kad se u rješavanju problema dolazi do kvantitete prve vrste, problem dobiva zasebno određenje. Kad se dolazi do kvantitete druge vrste, problem postaje nemoguć. Prema tome u tom drugom slučaju postoji pravo ništa koje nema nikakvo stvarno svojstvo; u onom prvom postoji nešto što posjeduje stvarna svojstva i koje i samim rješenjima problema kao i konstrukcijama pruža prava i stvarna određenja.

16. Stoga će uvijek ostati čvrsto i stabilno to da bilo koji stvarni niz koji traje konačno i neprekinuto vrijeme mora imati stvaran i prvi početak i posljednju među, bez ikakvog besmisla i bez spajanja svog bitka s nebitkom, ako bi možda trajao samo ono vrijeme, dok bi, ako bi također postojao i u prethodnom vremenu, morao imati i posljednju među prethodnog niza i prvu sljedećeg, koja bi morala biti jedinstvena i nedjeljiva zajednička granica, kao što je i trenutak jedinstvena i nedjeljiva granica između neprekinutog prethodnog i susljednog vremena. No, to je dosta i o nastanku i o nestanku.

17. Druga poteškoća koju smo nagovijestili prošle godine i koju smo riješili, prema našoj prosudbi nipošto neprikladno, izvodi se iz promjene za koju se čini da postoji na tangenti krivulje koja ima šiljak. Ovdje ćemo jasnije pokazati da se ona nikako

Sl. 3.

theoriae nihil obesse. Sit in *fig. 3.* curva ABCDEFG, quae cuspidem habeat in D. Ejus tangens in B sit BI, in C sit CL, in D sit DN, in E videtur esse EP, in F esse FR. Ibi igitur tangens a directione DN videtur saltu quodam per dimidiam circumferentiam facto abire in DM ita, ut DN sit ultimus limes seriei praecedentis, et DM primus sequentis. Respondimus superiore anno directionem DN cum directione DM ipsi opposita congruere quodammodo, quod ex consideratione geometrica infiniti circuli, et aliis pluribus geometricis exemplis curvarum in primis asymptoticarum demonstravimus, et nostro quidem judicio summam vim habet, ac difficultatem per se satis solvit apud hominem, qui arcanis Geometriae mysteriis initiatus sit. Verum pronior adhuc responsio est hujusmodi. Curva quidem per sese omnino indifferens est ad utramlibet directionem, ut in C ad directionem CB, et CD, nec per se exposcit, ut mobile, quod eam forte debeat percurrere, percurrat potius in unam plagam, quam in alteram. Quare et tangens ipsius in quovis puncto B non est sola BI, sed et BH; immo tota infinita HBI, et IBH est aequae ejus tangens in puncto B, ac eodem pacto tota tam KCL, quam LCK, tota tam NMD, quam MDN, tota tam OEP, quam PEO, tota tam QFR, quam RFQ est ejus tangens.

18. Hinc in puncto D et est tangens NDM, et MDN, quarum prior est terminus communis inter tangentes HBI, KCL, et PEO, RFQ, posterior inter tangentes IBH, LCK, et OEP, QFR. Nusquam hic habetur is saltus, qui ex nostra demonstratione idcirco repugnat, quod ibi, ubi unica quantitas haberi deberet, habeantur binae, et quod ab una magnitudine ad aliam transitus fiat sine intermediis.

F. 4. 19. Saltus ejusmodi haberetur, si curva ABCDEFG in D binas haberet tangentes, quarum altera ad alteram in angulo inclinaretur, non vero jacerent in directum. Ejusmodi aliquid accideret in nodis, cujusmodi unum exhibet *fig. 4.* in curva ABCDEFG, quae in punctis EC invicem conjunctis, et compenetratis se secat, in se regressa, et nodum CDE efformans. Ibi

ne suprotstavlja našoj teoriji. Neka je na *sl. 3* krivulja ABCDEFG, koja ima šiljak u D. Neka njezina tangenta u B bude BI, u C neka je CL, a u D neka je DN, u E se čini da je EP, a u F da je FR. Stoga se čini da ondje tangenta iz smjera DN učinivši nekakav skok odlazi na sredini svoje duljine u DM, kao da je DN posljednja granica prethodnog niza, a DM prva sljedećeg. Prethodne smo godine odgovorili da se smjer DN na neki način podudara sa smjerom DM koji mu je suprotan, i to smo pokazali na osnovi geometrijskog promatranja beskonačne kružnice i brojnim drugim geometrijskim primjerima, ponajprije asimptotskih krivulja, i po našem sudu posjeduje najveću snagu i sam po sebi u dovoljnoj mjeri rješava poteškoću pred čovjekom koji je upućen u tajne geometrije. A još je bolji ovakav odgovor. Krivulja je uistinu po sebi posve indiferentna s obzirom na bilo koji smjer, kao npr. u C u smjeru CB i CD, i po sebi ne iziskuje da ono gibanje koje bi se možda po njoj moralo prevaliti, prevali prije na jednu negoli na drugu stranu. Stoga i njezina tangenta u bilo kojoj točki B nije samo BI nego i BH. Dapače i čitava je beskonačna HBI i IBH na isti način njezina tangenta u točki B, a na isti način njezina tangenta jest i čitava kako KCL, tako i LCK, čitava kako NDM, tako i MDN, nadalje čitava kako OEP, tako i PEO, čitava kako QFR, tako i RFQ.

18. Odatle je u točki D tangenta i NDM i MDN, od kojih je prva zajednička međa između tangenti HBI, KCL i PEO, RFQ, a druga između tangenti IBH, LCK i OEP, QFR. Na tom mjestu nikad nema onog skoka koji se po našem dokazivanju opire, zbog toga što ondje gdje bi morala postojati jedna jedina kvantiteta postoje dvije i zato što se prijelaz od jedne veličine k drugoj događa bez međustupnjeva.

19. Takav bi skok postojao kada bi krivulja ABCDEFG u D imala dvije tangente koje bi jedna prema drugoj bile nagnute pod kutom, a ne bi ležale na pravcu. Takvo bi se nešto događalo u čvorovima kakav jedan prikazuje *sl. 4* na krivulji ABCDEFG, koja siječe samu sebe u točkama EC koje se međusobno spajaju i kompenetriraju i koja, vrativši se u sebe, oblikuje čvor CDE. Sl. 4.

in C sunt binae tangentes KCL, OCP ad se invicem inclinatae, et nisi adesset nodus CDE, per quem tangens KCL abiret in MDN, tum in OEP mutatione continua, transitus a tangente KCL ad PCO sine ullo transitu per intermedias positiones saltum contineret quendam, et absurdum.

F. 5. 20. Licet autem ibi quidem in tangents mutatione haberetur saltus quidam; adhuc tamen, si solus arcus ABC conjunctus cum arcu CFG aliquam continuo tempore durantem quantitatis variabilis seriem exprimeret; saltus quidam geometricus haberetur, sed saltus ille, cujus impossibilitatem ex metaphysico principio demonstravimus, hic nequaquam committeretur. Nam in *fig. 5.* si ejusmodi curva referatur ad rectam PQ per ordinatas RB, SC, TF, mutaretur quidem lex in C, sed ea mutatio saltum illum nostrum non induceret. Eadem enim recta SC esset communis terminus et seriei praecedentis omnium RB, et consequentis omnium TF, nec momento S binae responderent ordinatae, nec ab una magnitudine ad aliam iretur sine intermediis. Atque id ipsum obtineretur, si lex aliqua variationis quantitatis variabilis exprimeretur per rectas, vel curvas quascumque coeuntes in angulum: nostra demonstratio contra ejusmodi saltum pure geometricum non valeret; quoniam ibi haberetur communis terminus praecedentis, et consequentis seriei, quem solum ea requirit demonstratio.

21. Id quidem satis explicat illud, quo pacto libertas nostra non violet principium continuitatis, licet interrumpat seriei praecedentis legem. Sed adhuc constabit illud, ubi ipsa libertas nostra inducit mutationem aliquam, debere mutationem a nihilo per omnes finitarum magnitudinum gradus transire. Exprimat motum, velocitatem, densitatem, vel aliud quidpiam ejusmodi corporis cujuscumque curva continua ABCEF'V'; nec ulla sit causa libera, quae agat. Pendebit curva illa a perenni lege necessaria, et habebit naturam suam determinatam a virium omnium in natura existentium legibus continuis ita, ut dato quovis ejus arcu continuo utcumque

Ondje se u C nalaze tangente KCL i OCP koje su međusobno nagnute, i da ne postoji čvor CDE po kojem tangenta KCL odlazi u MDN, a zatim neprekinutom promjenom u OEP, prijelaz od tangente KCL do PCO sadržavao bi nekakav skok bez ijednog prijelaza preko posrednih položaja, što je besmislica.

20. Baš bi ondje u promjeni tangente mogao postojati nekakav skok. Još bi uvijek postojao nekakav geometrijski skok ukoliko bi sam luk ABC spojen s lukom CFG iskazivao nekakav niz promjenjive kvantitete koji bi trajao neprekinuto vrijeme, ali onakav skok čiju smo nemogućnost dokazali iz metafizičkog načela ovdje se nikako ne bi mogao dogoditi. Ukoliko bi se naime na *sl. 5* takva krivulja odnosila na pravac PQ s ordinatama RB, SC i TF, u C bi se pak promijenio zakon, no ta promjena ne bi uvela onaj naš skok. Naime, ista bi crta SC bila zajednička međa i svih RB prethodnoga niza i svih TF sljedećega, a trenutku S ne bi odgovarale dvije ordinate, niti bi se od jedne veličine išlo k drugoj bez međustupnjeva. A to bi se isto postiglo ako bi nekakav zakon promjene promjenjive količine bio iskazan pravcima ili nekim krivuljama koje se spajaju pod kutom. Naše dokazivanje protiv takvog, čisto geometrijskog skoka ne bi vrijedilo jer bi ondje postojala zajednička međa prethodnog i sljedećeg niza koju jedino dokaz zahtijeva. Sl. 5.

21. To doista dovoljno objašnjava na koji način naša sloboda ne povređuje načelo kontinuiteta, premda krši zakon prethodećeg niza. Uz to će još uvijek vrijediti to da gdje naša sloboda uvodi nekakvu promjenu, ona mora prijeći promjenu od nule preko svih stupnjeva konačnih veličina. Neka neprekinuta krivulja ABCE^FV predstavlja gibanje, brzinu, gustoću ili bilo što drugo nekog bilo kojeg tijela; i neka ne postoji nijedan slobodan uzrok koji bi djelovao. Ta će krivulja ovisiti o vječnom nužnom zakonu i imat će svoju narav, koja je određena stalnim zakonima svih sila koje postoje u prirodi, tako da se prema njezinu zadanom neprekinutom luku, ma kako malenom, može odrediti čitav njezin preostali tok, jer ne postoje dvije krivulje koje imaju narav zadanu vječnim i stalnim zakonima, a koje bi se u

exiguo, possit determinari totus reliquus ejus tractus, cum nullae binae curvae determinatam a perennibus continuis legibus habentes naturam in ullo arcu continuo utcumque parvo congruere possint sibi invicem. Momento temporis S incipiat libera voluntas agere, et auferat tempore ST quantitatem FF'. Si eam abstulit per omnes magnitudinis gradus incipiendo ab S, pro curva CV' haberi poterit curva CFG, quae non est continuatio prioris ABC; adhuc tamen in S habebitur unicus limes communis SC sine saltu illo, quem nostra ratio metaphysica excludit.

22. At si concipiamus, in S liberam voluntatem producere momento temporis decrementum CH in se determinatum; curvae ABC succedet curva HFV, et habebitur saltus in S cum duabus magnitudinibus SC, SH eidem momento debitis, quod creata libertas praestare non potest. Nam ad habendas eodem tempore binas distantias, requiritur replicatio: ad habendas binas densitates, requiruntur binae distantiae, adeoque itidem replicatio: ad habendas binas velocitates, requiritur determinatio percurrendi eodem tempore bina spatia, nimirum acquirendi binas distantias, adeoque habendi replicationem; immo et ad habendam eodem momento temporis velocitatem nullam, et velocitatem aliquam requiritur determinatio perseverandi in eodem loco, et acquirendi nova loca, quod aequae replicationem requirit, quam solus naturae Artifex praestare potest. Hinc ipse quidem praexistenti corpori vel quiescenti, vel moto poterit momento temporis novam velocitatem finitam imprimere totam simul, non vero ulla creata potentia.

23. Patet hinc, liberam voluntatis actionem turbare quidem curvarum quantitates experimentium ductus continuos, sed ne saltus habeatur ille, quem excludimus, debere per gradus omnes agere magnitudinum in infinitum imminutarum, quod quidem in spontaneis etiam nostris motibus deprehendimus. Sic ubi manu movemus aliquid, per omnes gradus crescit vis, et actio, dum succo musculorum fibrae per gradus utut celerrime inflantur. Si nullam actionem liberam exerceret anima in

ijednom stalnom luku, ma kako malenom, mogle međusobno podudarati. Neka u vremenskom trenutku S počne djelovati slobodna volja i neka u vremenu ST zadobije kvantitetu FF'. Ukoliko ju je zadobila kroz sve stupnjeve veličine započevši od S, umjesto krivulje CV' mogla bi se dobiti krivulja CFG, koja nije nastavak one prve ABC. Pa ipak, u S će postojati jedinstvena zajednička granica SC bez onog skoka koji isključuje naš metafizički razlog.

22. A ako zamislimo da u S slobodna volja u vremenskom trenutku proizvede smanjivanje CH koje je u sebi određeno, onda će se na krivulju ABC nastaviti krivulja HFV i u S će postojati skok s dvije veličine SC i SH koje ovise o istom trenutku, što stvorena sloboda ne može omogućiti. Naime, da bi u isto vrijeme postojale dvije udaljenosti, potrebna je replikacija: da bi u isto vrijeme postojale dvije gustoće, potrebne su dvije udaljenosti, dakle opet replikacija: da bi postojale dvije brzine, potrebno je određenje da se u isto vrijeme prevale dva prostora, što dakako traži dvije udaljenosti, pa prema tome postojanje replikacije. Dapače, čak i da bi u istom vremenskom trenutku postojale nulta brzina i nekakva brzina, potrebno je određenje ustrajnosti postojanja na istom mjestu i postizanje novih mjesta, što jednako tako zahtijeva replikaciju koju može omogućiti isključivo Tvorac prirode. Prema tome on će sam tijelu koje prethodno postoji, bilo da miruje, bilo da je u pokretu, moći u vremenskom trenutku utisnuti novu konačnu i istodobno čitavu brzinu, a to neće moći učiniti nijedna stvorena moć.

23. Prema tome očigledno je da slobodno djelovanje volje ometa neprekinute tokove krivulja koje izražavaju kvantitete, ali da ne bi postojao onaj skok koji isključujemo, mora se djelovati kroz sve stupnjeve veličina koje se smanjuju u beskonačnost, što zatječemo i u našim spontanim pokretima. Tako kad nešto pomičemo rukom, sila i djelovanje rastu kroz sve stupnjeve, dok se mišićna vlakna, ma kako brzo, ali postupno pune sokom. Kada duša ne bi vršila nikakvo slobodno djelovanje na tijelo i kad bi se dopuštala Leibnizova prestabilirana harmo-

corpus, et admitteretur Armonia praestabilita Leibnitii; tum vero motus corporum omnes, et omnium punctorum materiae, et mutationes omnes fierent in lineis continuis necessariis pendentibus a legibus naturae generalibus. Sed nos ab ea sententia plurimum abhorremus, ob rationes in primis, quas in Stayanis notis, et supplementis protulimus. Cum anima determinatione sui determinet etiam motus quosdam in suo corpore, determinationem inducit in omnia materiae puncta, quae nimirum in quacumque distantia sint posita, connectuntur per virium legem mutuam, ad quaevis nimirum intervalla pertinentem. Hinc curvae, quae describuntur, quae quantitarum magnitudines exprimunt, sunt curvarum genus non necessarium, nec ejusmodi, ut ex exiguo arcu possit innotescere totus earum tractus, qui est indifferens ad omnes liberas tot animarum novas determinationes.

24. Hisce praemissis, quae pertinent ad generale principium continuitatis, videamus jam, quae virium lex inde inferatur, ut ejus simplicitatem, et continuitatem demonstramus.

25. Dicimus igitur inde deduci illud: in natura existere vires tum attractivas, tum repulsivas, quae quidem in magnis distantis, in quibus nimirum Planetae, ac Cometae a se invicem distant, sint attractivae, in exiguis, jam attractivae, jam repulsivae, in minimis repulsivae, et eo majores, quo distantiae in infinitum minores sunt ita, ut possint extinguere velocitatem utcumque magnam. Hujus propositionis demonstrationem nos dedimus ab exclusione saltus petitam in omnibus dissertationibus, quas initio commemoravimus. Huc autem reducitur rationis caput, et praecipua vis.

26. Si corpus aliud cum 12 gradibus velocitatis currat post aliud praecedens cum 6, nec ulla vis agat in aliqua distantia ante contactum; momento temporis, quo distantia evanescet, debet per saltum vel corpus praecedens, vel subsequens, vel utrumque ad aliam velocitatem migrare, vel illud ad 12, vel hoc ad 6, vel utrumque ad 8, vel 9, vel aliquid ejusmodi, cum

nija, tada bi se gibanja svih tijela i svih točaka te sve promjene događale po neprekinutim crtama nužno ovisnim o općim zakonima prirode. Međutim, mi veoma zaziremo od tog mišljenja, ponajprije zbog razloga koje smo iznijeli u bilješkama i dopunama uz Staveve stihove. Budući da duša po svojoj naravi također određuje i neka gibanja u svom tijelu, uvodi određenje u sve tvarne točke, koje su, dakako, postavljene na bilo kojim udaljenostima, a povezane su zakonom uzajamnih sila koji se odnosi na bilo koje razmake. Prema tome krivulje koje se opisuju i koje izražavaju veličine kvantiteta, nisu nužna vrsta krivulja, niti takve da se iz neznatnog luka može odrediti čitav njihov tok, koji je ravnodušan prema svim slobodnim i novim određenostima tolikih duša.

24. Nakon što smo prošli to što se odnosi na opće načelo neprekinutosti, pogledajmo kakav zakon sila proizlazi odatle, da bismo pokazali njegovu jednostavnost i kontinuitet.

25. Kažemo, dakle, da se odatle izvodi ovo: da u prirodi postoje sile, kako privlačenja, tako i odbijanja, koje su pak pri velikim udaljenostima, u kojima su, dakako, međusobno udaljeni planeti i kometi, sad privlačne, sad odbojne, a u najmanjima odbojne, i tim veće što su udaljenosti u beskonačnost manje, tako da mogu poništiti brzinu, ma kako ona velika bila. Traženi dokaz te pretpostavke pružili smo na osnovi isključenja skoka u svim raspravama koje smo na početku spomenuli. Na ovo se pak svodi glavni razlog i osobita snaga.

26. Ako jedno tijelo juri brzinom od 12 stupnjeva za drugim brzine od 6 stupnjeva, a nikakva sila ne djeluje na nekoj udaljenosti prije dodira u vremenskom trenutku u kojem će nestati udaljenost, morat će bilo prethodeće bilo slijedeće tijelo, ili oba, skokom prijeći na drugu brzinu, odnosno prvo na 12 ili potonje na 6, ili oba na 8 ili 9, odnosno nešto takvo, s obzirom na to da slijedeće ne može nakon dodira preteći prethodeće. Skok u promjeni brzine pri nestanku razlike od 6 stupnjeva neće se izbjeći ni na koji drugi način, osim ukoliko se prije dodira jedno tijelo

post contactum non possit sequens praecedenti praeire. Nullo alio pacto saltus in velocitatis mutatione evitabitur extincta 6 graduum differentia, nisi ante contactum incipiat alterum accelerari, alterum retardari per gradus. Dabitur igitur haec acceleratio, et retardatio ante contactum, cujus causa dicitur vis, et quoniam aget in partes contrarias aequaliter, ut habeatur aequalitas actionis, et reactionis, tendet autem ad removendum corpus a corpore, dicenda erit vis repulsiva.

27. Porro haec vis repulsiva debet, distantia in infinitum imminuta, crescere in infinitum, ut par sit extinguendae velocitati cuivis utcumque exiguae. Id constat ex eo, quod si in casu aliquo, ut in illo, vis ejusmodi extingueret differentiam velocitatis in ipso appulsu ad contactum, ubi deinde cum majori velocitate corpus subsequens adventaret, ut cum gradibus 20, eadem illa vis non posset hoc majus discrimen 14 graduum extinguere ante contactum; nam brevior potius ageret tempore, ob majus velocitatum discrimen, et vires agunt in ratione sui, ac tempusculi, quo agunt, si actio velocitatem gignens concipiatur. Quare saltus haberetur in hoc secundo casu, qui, ut ibi evitari possit, oportet, in prioro illo discrimen velocitatum extinctum sit ante contactum, ut nimirum in hoc secundo vires posteriores in majori adhuc accessu agentes possint totum hoc majus discrimen extinguere ante contactum. Cum igitur eadem ratio redeat pro quovis casu, cujuscumque utcumque magnae velocitatum differentiae; patet vires ejusmodi repulsivas debere imminutis in infinitum distantibus ita crescere in infinitum, ut pares sint cuicumque utcumque magno velocitatum discrimini extinguendo.

28. Hinc autem deducimus collisionem corporum, et impenetrabilitatem perfici ab ejusmodi repulsiva vi; cumque eam debeamus agnoscere in particulis omnibus materiae, quarum aliae incurrere possint in alias; ex principio inductionis, cujus vim definimus, et demonstramus tam in ea dissertatione de lege continuitatis, quam in Stayanis supplementis, ipsam extendimus ad omnes materiae particulas; unde inferimus

ne počne stupnjevito ubrzavati, a drugo usporavati. Stoga će se dobiti to ubrzanje, odnosno usporavanje prije dodira čiji će se uzrok zvati sila, a s obzirom na to da na suprotne strane djeluje na jednak način, ne bi li postigla jednakost djelovanja i protudjelovanja, ipak će težiti prema odmicanju jednog tijela od drugog, stoga će je trebati nazvati odbojnom silom.

27. Nadalje, ta će odbojna sila, kako se udaljenost bude smanjivala u beskonačnost, morati rasti u beskonačnost da poništi bilo koju, ma kako veliku brzinu. To je jasno po tome što ako bi u nekom slučaju, kao onome, takva sila poništila razliku brzine pri samom približavanju k dodiru, gdje bi zatim nadošlo slijedeće tijelo s većom brzinom, npr. 20 stupnjeva, ista ona sila ne bi mogla poništiti tu veću razliku od 14 stupnjeva prije dodira. Naime, zapravo bi djelovala u kraćem vremenu, zbog veće razlike među brzinama, a sile djeluju razmjerno sebi i kratkoći vremena u kojem djeluju, ako se zamisli djelovanje koje stvara brzinu. Stoga bi se u tom drugom slučaju mogao uzeti u obzir skok koji, da bi ga se ondje moglo izbjeći, u onom prvom slučaju poništava razliku među brzinama prije dodira, odnosno da bi u ovom drugom daljnje sile koje bi djelovale još jačim približavanjem mogle čitavu tu veliku razliku poništiti prije dodira. Budući da kod svakog slučaja opet dolazi do istog omjera, ma kako velike razlike u brzinama bile, očigledno je da takve odbojne sile s obzirom na smanjivanje udaljenosti u beskonačnost isto tako moraju rasti u beskonačnost da bi bile sposobne poništiti svaku razliku u brzinama, ma kako ona velika bila.

28. Iz toga pak zaključujemo da se sudar tijela i neprobojnost postižu takvom odbojnom silom s obzirom na to da nju moramo priznati kod svih čestica materije, od kojih jedne mogu naletjeti na druge, po načelu indukcije, čiju moć određujemo i dokazujemo kako u onoj raspravi *O zakonu kontinuiteta*, tako i u nadopunama Stayu, a protežemo je i na sve čestice materije. Odatle nam slijedi da se prva počela materije sastoje od potpuno jednostavnih i neprotežnih točaka, jer se zbog odbojne sile povećane u beskonačnost kod udaljenosti smanjenih

prima materiae elementa constare e punctis prorsus simplicibus, atque inextensis, cum nimirum ob vim repulsivam in infinitum auctam in distantiiis in infinitum imminutis non possit ulla materiae particula alteri sine intervallo conjungi, ut solidam, et continuam partem componat, unde fit, ut sine partibus esse debeant prima ejusmodi elementa.

29. Quoniam vero in distantiiis multo majoribus deprehendimus gravitatem generalem, quae in attractiva vi sita est; patet, debere haberi alicubi transitum a vi repulsiva ad vim attractivam, quem transitum dicimus limitem inter vires repulsivas, et attractivas. Immo quoniam in minoribus etiam distantiiis plura corpora cohaerent nulla vi ad sensum agente in eorum particulas, et alteram particulam promotam altera subsequitur, quod indicium attractionis est; in majoribus autem distantiiis, ut ubi aqua in vapores abit, attractio ipsa in repulsionem mutatur; habemus jam tres limites, e repulsione in attractionem, ex attractione in repulsionem, et e repulsione iterum in attractionem generalis gravitatis. In aliis autem corporibus, quae utcumque compressa mutatis admodum distantiiis adhuc in aequilibrio sunt, plurimos ejusmodi transitus, sive limites haberi eruimus, unde patet et vicissitudo illa virium jam attractivarum, jam repulsivarum in exiguis distantiiis, et repulsiva vis in infinitum crescens in minimis, et attractiva in majoribus illis Planetarum; nimirum tota proposita lex virium in natura existentium.

30. Jam vero ubi primum ejusmodi theoriam protulimus, vidimus sane argumentum nostrum nihil evincere pro tota massa corporum elasticorum, et mollium, quorum partes a contactu remotiores possint, dum per compressionem mutatur figura, velocitatem suam mutare per gradus; verum notavimus illud, argumentum redire in primis particulis, si ullae particulae solidae omnino sunt, cujusmodi solidas particulas Newtonus admisit, et alii plures, vel saltem in primis illis superficiebus, vel punctis, quae primo se contingunt, et in quibus exercetur impenetrabilitas. Ibi enim velocitas per saltum mutari

u beskonačnost ne može nijedna čestica materije povezati s drugom bez razmaka, tako da sastave čvrst i neprekinut dio, odatle slijedi da takva prva počela moraju postojati bez dijelova.

29. Budući da u mnogo većim udaljenostima zatječemo opću težu koja je privlačna sila, jasno je da negdje mora postojati prijelaz od odbojne sile k privlačnoj sili, a taj prijelaz nazivamo granicom između odbojnih i privlačnih sila. Dakako, zato što se kod manjih udaljenosti mnoga tijela drže skupa, a na njihove čestice djeluje otprilike nulta sila te pri pomicanju jedna čestica slijedi drugu, što je pokazatelj sile privlačenja. U većim pak udaljenostima, kao kad voda prelazi u paru, samo se privlačenje mijenja u odbijanje; dakle imamo tri granice, iz odbijanja u privlačenje, iz privlačenja u odbijanje te ponovno iz odbijanja u privlačenje opće teže. Kod drugih pak tijela, koja ma kako bila stisnuta i uz znatno mijenjanje udaljenosti još zadržavaju ravnotežu, nalazimo da postoji mnogo takvih prijelaza ili granica, po čemu je jasna i ona uzajamnost sila, kako privlačnih, tako i odbojnih, pri neznatnim udaljenostima, kao i da odbojna sila raste u beskonačnost pri najmanjim, a privlačna se beskonačno smanjuje pri onim najvećim udaljenostima kao kod planeta; dapače, očigledan je čitav predloženi zakon sila koje postoje u prirodi.

30. Čim smo iznijeli takvu teoriju, vidjeli smo da naše dokazivanje ništa ne potvrđuje za čitavu masu gipkih i mekih tijela čiji bi dijelovi, udaljeniji od dodira, mogli, dok im se stiskanjem mijenja oblik, stupnjevito mijenjati svoju brzinu. Zabilježili smo doista da se dokazivanje odnosi na prvotne čestice, ukoliko su ikakve čestice uopće krute – takve je krute čestice dopuštao Newton, kao i mnogi drugi – odnosno na one prvotne površine ili točke koje se prve međusobno dodiruju i kod kojih se ostvaruje neprobojnost. Naime, ondje bi se brzina trebala promijeniti skokom, što je, isključi li se kompenetracija koju zbog argumenta indukcije u potpunosti treba isključiti, toliko očito da ne može biti očitije.

deberet, quod quidem, si compenetratio excluditur, quae inductionis argumento excludenda omnino est, tam est videns, quam quod evidentissimum.

31. Est autem, qui nostri argumenti vim eludere se posse arbitretur, dicendo, nullam esse particulam utcumque exiguam plane solidam, et compressionis incapacem, adeoque particulas omnes particularum comprimi, et velocitatem per gradus mutare. In primis autem superficiebus nullam mutationem fieri per saltum, cum in iis motus quantitas sit nulla. Nam motus quantitas a Mechanicis aestimatur a velocitate in massam ducta, quod quidem productum, ait, evanescere, ubi evanescit massa, quae evanescit, ubi e tribus dimensionibus in longum, latum, et profundum una evanescat, et corpus ad superficiem binarum tantummodo dimensionum reducat.

32. At vero si admittatur communis sententia de continua extensione materiae, nullo pacto intelligi potest, qui fieri possit, ut nullae sint particulae penitus durae, ac solidae. Neque enim intelligi potest, quo pacto particula materiae comprimi possit, nisi intervalla adfuerint vacua, quae minuantur, vel nisi eadem particula jam majus, jam minus spatium occupet totum. Hanc posteriorem sententiam exclusimus superiore anno in dissertatione de Lege continuitatis; prior illa requiret divisione actualem in infinitum, et seriem actualem partium infinitarum numero divisarum a se invicem per intervalla vacua, quarum tamen nulla esset ultima. Id sane neque concipi omnino potest, praepudiciis utcumque sepositis, et in Malebranchii vorticulis in infinitum continuatis jure irridet Mac-Laurinus. Si adsunt foramina, et pori, et adest externa superficies aliqua; inter superficiem, et foramen, quod primo occurrat, debet esse intervallum aliquod sine foramine, perfecte idcirco solidum. Quod nullum primo occurrat in possibilibus utcumque intelligitur, cum posita quacumque quantitate habente suos terminos, facile concipiamus posse existere quantitatem et majorem, et minorem. In actu existentibus illud, quod nullum sit primum, nec ultimum post datum terminum,

31. Naći će se pak netko tko će misliti da može izigrati snagu našeg dokaza, govoreći da ne postoji, ma kako malena bila, posve kruta čestica neprijemljiva za pritisak, pa da prema tome sve čestice čestica bivaju pritisnute i stupnjevito mijenjaju brzinu. Kod prvotnih pak površina da se ne događa nikakva promjena skokom jer kod njih količina gibanja iznosi nula. Naime, mehaničari procjenjuju količinu gibanja izvedenu iz brzine, a taj umnožak nestaje kad nestane i masa, a ona nestaje kad nestane jedna od triju dimenzija: dužina, širina i dubina, i kad se tijelo svede na površinu od samo dviju dimenzija.

32. Ako bi se pak prihvatilo opće mišljenje o neprekinutoj protežnosti tvari, ni na koji se način ne bi moglo razumjeti kako se može dogoditi da ne postoje potpuno tvrde i čvrste čestice. Niti bi se moglo razumjeti na koji se način može stisnuti čestica tvari, osim ukoliko bi se našli prazni razmaci koji bi se smanjivali, odnosno ukoliko ista čestica ne bi zauzimala čitav, sad veći, sad manji prostor. To smo posljednje mišljenje isključili prethodne godine u raspravi *O zakonu kontinuiteta*. Ono prvo zahtijevalo bi zbiljsku djelidbu u beskonačnost i zbiljski niz beskonačnih čestica, međusobno odijeljenih praznim razmacima, od kojih ipak nijedan ne bi bio posljednji. To se uopće ne može ni zamisliti, dakako ostavimo li predrasude po strani, a Malebrancheove male vrtloge koji se nastavljaju u beskonačnost s pravom je ismijao MacLaurin. Ako postoje otvori i pore te nekakva vanjska ploha, onda će između plohe i otvora koji se prvi pojavi morati postojati nekakav razmak bez otvora, dakle potpuno čvrst. To da se ništa ne javlja kao prvo među mogućnostima ipak se podrazumijeva, jer ako se postavi nekakva kvantiteta koja ima vlastite međe, lako možemo zamisliti da mogu postojati i veća i manja kvantiteta. Uopće se ne može zamisliti da u onom zbiljski postojećemu, nakon zadane međe, ne postoji ni prva ni posljednja međa. Onaj koji pribjegava tome da bi branio svoje mišljenje, pribjegava misterijima, a onaj tko njih izbjegava, samim tim uživa jače pravo.

ut post superficiem, intelligi omnino non potest. Qui eo effugio ad suam sententiam tuendam indigeat, mysteriis indiget, quae qui evitet, jam eo ipso potiore utitur jure.

33. Sed eo etiam omisso, vis argumenti ad superficiem applicati per massae evanescentiam, ex evanescente crassitudine, nequaquam eluditur, nisi vocum inani sono capiamur. Nam in primis quidquid sit de motu, qui resultat ex massa, et velocitate multiplicatis, committeretur saltus in ipsa velocitate, quae quidem quantitas quaedam est, quae superficiei, et puncto etiam convenit: superficiem autem, et punctum in communi sententia de reali continua corporum extensione esse, non quid imaginatione nostra conceptum, sed reales quantitatis corporeae affectiones, nimirum terminos superiore anno in eadem dissertatione demonstravimus. Et quidem, si idcirco, superficiem, dicunt, nullum habere motum, quod motus coalescit ex massa, et velocitate invicem multiplicatis, et in superficie massa evanescit; profecto velocitatem ipsi superficiei non denegant. Ipsa quae realis terminus est, reales habet proprietates, et realem extensionem in longum, ac profundum in ea sententia: habet itidem velocitatem realem. Velocitas puncti, lineae, superficiei passim apud Mechanicos occurrit, in quibus itidem saltus ille vitandus est.

34. Sed et motum habet superficies, linea, punctum, non corpus tantummodo. Motus enim est successiva loci mutatio, quae iis etiam convenit. Hinc solemne est apud Geometras ipsos illud, motu puncti generari lineam, motu lineae superficiem, motu superficiei solidum. Quod communiter dicatur quantitas motus coalescere ex massa in velocitatem ducta, et nomine massae intelligatur quantitas materiae solida, id quidem fit, quia accipi solet pro motu corporis. Caeterum est sua massa, et suus motus, in communi sententia etiam superficiei, lineae, puncti. Ut in quantitate continuo extensa habetur in communi sententia solidum, sive corpus, quod concipitur generari motu continuo superficiei, superficies, quae concipitur genita motu lineae, linea, quae concipitur genita motu puncti, et punctum,

33. Međutim, čak i ostavi li se to po strani, snaga argumenta primijenjenog na površinu kad masa nestaje zbog nestajanja debljine, nipošto se ne isključuje, osim ako nismo zarobljeni praznim zvukom glasova. Kao prvo, radilo se o bilo kakvom gibanju koje je rezultat umnoška mase i brzine, skok bi se počinio u samoj brzini, koja je zapravo nekakva kvantiteta koja odgovara površini i točki. A površina i točka, prema zajedničkom mišljenju o stvarnoj i neprekinutoj protežnosti tijela, postoje ne zato što smo ih stvorili vlastitom maštom, nego zato što imaju stvarna svojstva tjelesne kvantitete, dakle međe, kako smo prethodne godine dokazali u istoj raspravi. Pa, prema tome, ako kažu da površina ne posjeduje nikakvo gibanje, jer gibanje nastaje uzajamnim množenjem mase i brzine, pa na površini masa nestaje, zapravo ne poriču brzinu samoj površini. Ona sama, koja je stvarna međa, po tom mišljenju ima i stvarna svojstva i stvarnu protežnost u duljinu i dubinu, stoga ima i stvarnu brzinu. Brzina točke, crte i plohe javlja se posvuda kod mehaničara, prema tome i ondje treba izbjegavati taj skok.

34. Međutim, gibanje imaju i površina, crta i točka, a ne samo tijelo. Gibanje je naime uzastopna promjena mjesta koja odgovara i njima. Stoga je kod samih geometričara uobičajeno da gibanjem točke nastaje crta, gibanjem crte ploha, a gibanjem plohe čvrsto tijelo. Zato se obično kaže da količina gibanja nastaje iz umnoška mase i brzine, a pod imenom mase podrazumijeva se čvrsta količina tvari. To je zato jer se obično prihvaća gibanje tijela. Uostalom, vlastita masa i gibanje, po općem mišljenju, postoje i kod plohe, crte i točke. Kao što po općem mišljenju kod neprekinuto protežne količine postoji nešto čvrsto, odnosno tijelo za koje se zamišlja da nastaje neprekinutim gibanjem plohe, zatim ploha za koju se uzima da nastaje gibanjem crte, potom crta za koju se uzima da nastaje gibanjem točke, i točka koja je početak i izvor svake protežnosti, isto je tako u masi i gibanju tjelesna masa količina protežna u duljinu, širinu i dubinu. Plošna je masa količina plohe protegnute u duljinu i širinu, linearna je masa količina crte protegnute u duljinu, a masa točaka je, dakako, njihov broj. Na isti će način

quod est omnis extensionis principium, et origo; ita in massa, et motu, est massa corporea quantitas extensa in longum, latum, et profundum; massa superficialis, quantitas superficiei extensa in longum, et latum; massa linearis quantitas lineae extensa in longum; et massa punctorum, nimirum punctorum numerus. Eodem pacto quatuor erunt genera motuum, quae coalescant ex hisce quatuor massis ductis in suas velocitates. Quantitas solida, ubi dimensio in profundum evadit nulla, fit nulla in genere solidi, non in genere superficiei, ad quod devolvitur; nisi evanescant et reliquae binae dimensiones, vel una ex iis; et idem de massa, ac motu dicendum est.

35. Si sumantur tres numeri a, b, c , et ponatur $a = 10, b = 3, c = 2$, fiet $abc = 60$. Si fiat $c = 1$, fiet $abc = 30$. Si fiat $c = 0$, fiat $abc = 0$, sed non idcirco fiet $ab = 0$; erit enim adhuc $= 30$. Idem prorsus accidit in casu nostro. Caeterum passim apud Mechanicos, et Physicos etiam, ut innuimus, occurrit motus puncti, lineae, superficiei. Centrum gravitatis est punctum; et tamen quam multa de motu centri gravitatis demonstrantur ubique? Guldinus noster regulam celebrem tradidit de mensura superficiei, et solidi ex via centri gravitatis lineae, et superficiei generantis ducta in ipsam lineam, vel superficiem. Si superficies, linea, punctum in sententia extensionis continuae sunt reales termini extensionis ipsius, ut superiore anno demonstravimus; lusum verbalem habet, qui saltum negat ex eo, quod desit superficiei massa, et proinde motus.

36. At in hac theoria habebimus congeriem quandam punctorum nullo vinculo cohaerentium, non haec nostra corpora, quae intuemur. Ejusmodi difficultatem, quae prima se menti objicit, tum etiam declinavimus, cum hanc sententiam primo protulimus. Affirmamus enim per eos virium limites, in quibus a repulsione in minoribus distantiiis fit transitus ad attractionem in majoribus, optime explicari cohaesionem, et tam varia cohaesionum genera, ac multo quidem melius, quam per attractionem in minimis distantiiis auctam in infinitum. Dum nimirum bina materiae puncta collocantur in ejusmodi limite,

postojati četiri vrste gibanja koje nastaju iz te četiri mase pomnožene sa svojim brzinama. Čvrsta količina, gdje dimenzija u dubinu iznosi nula, postaje nula u vrsti čvrstoga, ali ne i u vrsti plohe na koju se prenosi, osim ukoliko ne nestanu i preostale dvije dimenzije ili jedna od njih. Isto vrijedi i za masu i gibanje.

35. Uzmimo li se tri broja a , b , c , i postavi li se da je $a = 10$, $b = 3$, $c = 2$, bit će $abc = 60$. Ako je pak $c = 1$, onda će biti $abc = 30$. Ako je $c = 0$, bit će $abc = 0$, ali neće zbog toga vrijediti i $ab = 0$; naime, još uvijek će biti $ab = 30$. Isto se to događa u našem slučaju. Uostalom, kako smo naveli, posvuda se kod mehaničara, a također i fizičara, pojavljuje gibanje točke, crte i površine. Težište je točka; a ipak, koliko se mnogo toga na sve strane dokazuje o gibanju težišta? Naš je Guldin priopćio slavno pravilo o mjerenju plohe i čvrstog tijela na temelju umnoška udaljenosti težišta od crte i plohe i same te crte i površine plohe. Ukoliko su površina, crta i točka u poučku o neprekinutoj protežnosti stvarne međe same protežnosti, kako smo dokazali prethodne godine, onda se igra riječima onaj tko niječe skok po tome što kod površine izostaje masa, pa stoga i gibanje.

36. A u ovoj ćemo teoriji imati nekakvu gomilu točaka koje se ne drže skupa nekakvom vezom, a ne ova naša tijela koja promatramo. Takvu smo poteškoću, koja se prva nameće umu, već onda otklonili kad smo prvi put iznijeli ovaj stav. Naime, potvrđujemo da se onim granicama sila u kojima se događa prijelaz od odbijanja pri manjim udaljenostima do privlačenja pri većim, najbolje objašnjava kohezija, kao i različite vrste kohezija i to kudikamo bolje negoli privlačenjem pri najmanjim udaljenostima koje idu u beskonačnost. Dakako, dok su dvije točke tvari smještene na takvoj granici, ukoliko jednu primakneš drugoj, odmah će i ona druga biti pomaknuta odbijanjem, koje djeluje umanjenom silom. Ako prvu odmakneš od druge, pomaknut će se i ona druga silom privlačenja koja djeluje već na većoj udaljenosti, a to i jest prva zadaća kohezije – da očuva položaj. Dakle, događat će se upravo to, osim ako ili ne rastaviš jednu točku od druge silom većom od one kojom su međusobno

si alterum alteri admoveas, statim repulsione, quae imminuta vi aget, propelletur illud alterum etiam; si primum a secundo removeas, attractionis vi agente jam in majore distantia hoc secundum consequetur, quod praecipuum est cohaesionis munus, ut nimirum positio perseveret; quod quidem fiet, si vel alterum ab altero non divellas majore vi, quam, qua se mutuo petunt, vel alteri motum tam celerem non imprimas, ut vires brevitate temporis satis agere non possint. Quo autem pacto per diversam limitum naturam explicari possint cohaesionis diversa genera, et discrimen inter corpora solida, ac fluida, inter elastica, ac mollia, atque alia plurima ejusmodi, abunde in pluribus earum dissertationum locis explicatum est, et in primis in Synopsi Physicae Generalis superius memorata.

37. At quibusdam videtur illud, necquidquam in subsidium vocari repulsiones, cum attractivae vires ad phaenomena explicanda sint satis. Duo elementa adhiberi pro unico, ita nimirum contra Naturae simplicitatem peccari. Praeterea in ipso transitu ab attractivis ad repulsivas quantitates per nihilum admitti illum saltum, quem maxime volumus evitare. Ubi autem attractivae desinant vires, ibi ut repulsivae incipiant, aliam requiri causam priori oppositam, quae oppositum priori exigat scopum. Demum tot illos transitus a repulsionibus ad attractiones, tot illos meatus curvae per ordinatas suas exprimentis vires, dum hinc, et inde circa axem se contorquet, maxime implexos esse, et theoriam reddere multo magis compositam, quam requirat Naturae simplicitas. Non esse unicam legem quandam, sed plures temere dispositas, tot nimirum, quot sunt hinc, et inde ab ipso axe incurvi arcus attractionibus respondententes, et repulsionibus.

38. Hisce omnibus, ut faciamus satis, primo quidem illud notabimus, etiam si repulsiones, et attractiones essent diversi generis vires, et duas diversas leges, duo diversa elementa temere conjuncta continerent; adhuc tamen, si positiva ratione a nobis demonstraretur illud, utramque in Natura existere; nihil sane esset, quo nos culpandos esse arbitrarentur. At earum

povezane ili ne utisneš li jednoj tako brzo gibanje da sile zbog kratkoće vremena ne stignu dovoljno snažno djelovati. Na koji se pak način različitom prirodom granica mogu objasniti različite vrste kohezije, kao i razlika između čvrstih i tekućih tijela, zatim između elastičnih i mekih, te mnogo toga drugog te vrste, obilno je objašnjeno na više mjesta u onim raspravama, a osobito u gore spomenutom *Pregledu opće fizike*.

37. Ali nekima se čini da je uzaludno u pomoć zvati odbojne sile, jer su privlačne dovoljne za objašnjavanje ove pojave. Primjenjivati dva počela umjesto jednoga – tako se doista griješi protiv jednostavnosti prirode. Osim toga u samom se prijelazu od privlačnih prema odbojnim kvantitetama kroz ničticu dopušta onaj skok koji silno želimo izbjeći. Gdje pak privlačne sile prestaju, a da bi ondje otpočele odbojne, trebalo bi potražiti drugi uzrok suprotan onom prethodnom koji pak traži i svrhu suprotnu prethodnoj. Napokon, toliko je onih prijelaza od odbojnih prema privlačnim, toliko onih putova krivulje koja ordinatama izražava svoje sile, dok se tamo-amo mota oko osi, da je sve to veoma isprepletено, pa teoriju čini daleko složenijom negoli to zahtijeva jednostavnost prirode. Čini im se da ne postoji nekakav jedinstveni zakon, nego više njih, sastavljenih nasumce, dapače postoji ih onoliko koliko ima zakrivljenih lukova oko same osi koji odgovaraju privlačnim i odbojnim silama.

38. Da bismo svemu tomu udovoljili, najprije ćemo zabilježiti ovo: premda su odbijanja i privlačenja sile različite vrste, pa sadrže dva različita zakona i dva različita nasumce povezana počela, ipak, ukoliko pozitivnim razlogom dokažemo to da obje postoje u prirodi, ne bi bilo ničega čime bi nas prema nečijem sudu trebalo okriviti. A njihovo postojanje u svojoj *Optici* dovoljno čvrsto, u posljednjem pitanju, na osnovi više pojava izvođi Newton, ponajprije iz tolike ekspanzivne sile vodenih para. A mi to isto, ne varamo li se, mnogo čvršće dokazujemo na osnovi sudara tijela i isključenja skoka.

existentiam et Newtonus satis illam quidem solide in Optica sua, quaestione ultima, ex pluribus phaenomenis derivat, in primis ex vaporum vi expansiva tanta, et ea multo, ni fallimur, solidius a nobis ex collisione corporum, et exclusione saltus demonstratur.

39. Accedit, quod qui attractiones solas admittunt, adhuc ipsi admittunt bina prorsus disjuncta principia, nimirum attractionem, a qua cohaesionis causam repetunt, et vim impenetrabilitatis, qua indigent ad corporum collisiones in impactu, quae utique per attractionem obtineri non potest. Quare cum nobis repulsio nostra impenetrabilitatem, et collisiones exhibeat; etiamsi ea esset diversum ab attractione principium, jam adhuc non plura admitteremus in Natura explicanda principia, quam ipsi.

40. Verum illud omnino est falsum, duo esse diversa quantitatis genera, attractivam vim, et repulsivam, ut etiam vim nullam, quae itidem non est verum nihil, sed a nobis secundum peculiarem quendam respectum habetur pro nihilo. Vis attractiva est determinatio binorum materiae punctorum ad mutuato accedendum, vis repulsiva ad mutuo recedendum, vis nulla ad servandam distantiam, si nihil obsit; nimirum ad habendos sequentibus momentis temporis certos quosdam locales existendi modos, in quo conveniunt omnes. Discrimen inter vim repulsivam, et attractivam est in directione sola seriei eorundem localium modorum. Directio ejusmodi mutat positiva in negativa, et viceversa, quod aliud quantitatis genus non inducit. Nam positiva a negativis nihilo magis differunt, quam positiva inter se, et negativa inter se. Tam differunt decem gradus attractionis a duobus attractionis a duobus attractionis, quam duo attractionis a sex repulsionis, quam sex repulsionis, a quatuordecim repulsionis. Ea omnia sibi invicem eodem pacto succedunt per solam ablationem continuam graduum octo. Quamobrem attractiones et repulsionis non sunt bina quantitatum diversa genera, sed unicum genus, et ad unicam eandem seriem pertinens. Nomina diversa sunt, sed ad ejusdem

39. K tome pridolazi da oni priznaju samo privlačenja, k tomu još dva, posve odvojena počela, dakako privlačenje od kojeg traže uzrok kohezije i silu neprobojnosti što se zbiva u dodiru pri srazu tijela, a koja se dakako ne može postići privlačenjem. Prema tome, s obzirom na to da mi odbijanjem iskazujemo neprobojnost i sudare, sve kad bi to i bilo načelo različito od privlačenja, ipak još ne bismo u objašnjavanju prirode dopustili veći broj načela negoli oni sami.

40. Uistinu je potpuno pogrešno mišljenje da postoje dvije različite vrste količina, sila privlačenja i sila odbijanja, pa tako i nulta sila, koja nije pravo ništa, nego je mi shodno nekakvom osobitom obziru uzimamo kao takvu. Sila privlačenja je određenje dviju točaka materije koje se uzajamno primiču, sila odbijanja onih koje se međusobno odmiču, a nulta sila onih koje zadržavaju međusobnu udaljenost, u slučaju da im to ništa ne prijeći; dakako, da bi sadržavale nekakve određene mjesne načine opstojanja u uzastopnim vremenskim trenucima, i u tome se svi slažu. Razliku između privlačne i odbojne sile čini samo smjer istih mjesnih načina. Takav smjer mijenja pozitivno u negativno, i obratno, što ne uvodi drugu vrstu kvantitete. Naimе, pozitivno se od negativnog ne razlikuje ništa više nego pozitivno među sobom i negativno među sobom. Na isti se način razlikuje deset stupnjeva privlačenja od dva stupnja privlačenja, kao i dva stupnja privlačenja od šest odbijanja, kao i šest odbijanja od četrnaest odbijanja. Svi se oni međusobno nastavljaju na isti način, samo po stalnoj razlici od osam stupnjeva. Prema tome, privlačenja i odbijanja nisu dvije različite vrste kvantitete, nego jedinstvena vrsta koja se odnosi na isti jedinstveni niz. Različita su imena, ali se tiču različitih stanja iste stvari, tako da smo i jedno i drugo pridružili beskonačnim slučajevima, ništa manje međusobno različitim ukoliko promotrimo prirodu stvari, jer se jedan od njih razlikuje od drugog ili od onog kojem smo nadjenuli ime nulte sile, a koji uistinu leži između njih na isti način na koji deset stupnjeva privlačnosti leže između svih većih i manjih privlačenja; makar ni to privla-

rei pertinent diversos status ita, ut infinitis utrumque a nobis aptatum sit casibus, nihilo minus inter se diversa, si rei naturam consideremus, quam alter ex iis ab altero differt, vel ab eo, cui nomen imposuimus vis nullius, qui quidem iis interjacet eodem prorsus modo, quo decem attractionis gradus interjacent inter omnes majores, et minores attractiones; licet nec attractio illa graduum decem, suum peculiare nomen adeptasit, nec majores, ac minores attractiones sua distincta nomina.

41. Hinc etiam illud facile patet, in transitu ab attractione ad repulsionem per vim nullam nullum haberi saltum. Nam ipse status vis nullius, est limes communis inter omnes attractiones, et repulsiones eodem prorsus pacto, quo attractio graduum 10 est limes communis inter omnes attractiones majores, et attractiones minores. Acceditur ad statum realem vis nullius, sive ad determinationem realem retinendi velocitatem quae habetur per omnes virium hinc attractivarum, inde repulsivarum status, quin ullus sit ultimus gradus attractionis, aut primus repulsionis, quo alius ipsi vi nulli propior non habeatur prorsus, ut ad attractionem graduum 10 acceditur hinc per omnes attractionum majorum, inde minorum gradus, quin ullus sit proximus ex parte utralibet, quo propior non habeatur aliquis; in quo nimirum sita est lex continuitatis, et exclusio saltus facta per mutationem continuam.

42. Quod autem additur de causa repulsionum, quae diversa esse debeat a causa attractionum, id vero omnino est falsum. Videmus ejus rei exemplum manifestum in lamina chalybea plicata, quam si magis comprimam, se expandit; si distrahas, se contrahit. Habemus ibi vim a distantia pendentem, quae in minore distantia fit repulsiva, in majore, attractiva, in quadam determinata distantia, nulla, et omnium earum virium causam in eadem laminae elasticitate sitam esse.

43. Caeterum, quod ad causam attinet, ii, qui causas occasionales volunt, ut Cartesiani in primis, omnino non videmus, quid habere possint difficultatis in eo (quod quidem etiam ali-

čenje od deset stupnjeva nije dobilo svoje zasebno ime, kao ni veća i manja privlačenja svoja različita imena.

41. Odatle je lako uočiti da se u prijelazu od privlačenja prema odbijanju kroz nultu silu ne nalazi nikakav skok. Naime, samo je stanje nulte sile zajednička granica između svih privlačenja i odbijanja na posve isti način na koji je privlačenje od deset stupnjeva zajednička granica između svih većih i manjih privlačenja. Tako se dolazi do stvarnog stanja nulte sile, odnosno do stvarnog određenja zadržavanja brzine koja postoji u svim stanjima bilo privlačnih, bilo odbojnih sila, tako da ne postoji nijedan posljednji stupanj privlačenja, odnosno prvi stupanj odbijanja od kojeg bi neki drugi bio bliži nultoj sili, kao što se kod privlačenja od deset stupnjeva događa kroz sve stupnjeve većih, odnosno manjih privlačenja da ne postoji nijedan stupanj, s bilo koje strane, koji bi bio najbliži i od kojeg ne bi postojao ni jedan bliži; dakako, u ovome se nalazi zakon kontinuiteta i isključenje postojanja skoka postignuto je neprekinutom mijenom.

42. Što se pak dodaje o uzroku odbijanja, koji mora biti različit od uzroka privlačenja, to je u potpunosti pogrešno. Očit primjer toga vidimo u namotanoj čeličnoj ploči koja se širi što je više pritisneš, a kad je razvlačiš, onda se skuplja. Ondje imamo silu koja ovisi o udaljenosti, koja na manjoj udaljenosti postaje odbojna, a na većoj privlačna, a na nekoj određenoj udaljenosti nulta, a uzrok svih tih sila nalazi se u toj istoj elastičnosti ploče.

43. Uostalom, što se tiče uzroka, za razliku od onih koji zahtijevaju prigodne uzroke, ponajprije kartezijanaca, mi uopće ne vidimo kakva bi se poteškoća mogla nalaziti u tome (to smo zaista pribilježili na drugom mjestu) što se prigodno uzima nekakva određena udaljenost, kao što oni sami uzimaju da je udaljenost nula. Na potpuno isti način na koji Bog može iz stanja nulte udaljenosti u jednom tijelu proizvesti, a u drugom ukloniti gibanje, jednako tako može iz stanja tolike udaljeno-

bi adnotavimus), quod pro occasione assumatur distantia quaedam determinata, ut ipsi assumunt distantiam nullam. Eodem prorsus pacto, quo Deus ex conditione distantiae nullius potest motum progignere in altero corpore, in altero adimere; potest itidem ex conditione tantae distantiae decernere, ut habeatur accessus mutuus, ex conditione autem alterius, mutuus recessus; nimirum assumere pro conditione accessuum, et recessuum totam distantiarum seriem ita, ut determinationes ejusmodi accessuum mutuorum, vel recessuum, (quas vires attractivas, vel repulsivas arbitrario, et jam usitato, nec vero inepto nomine appellamus) secundum certam quandam legem, quam per analyticam formulam exprimere possimus, vel per geometricam figuram oculis subjicere, ipsis distantibus affixerit. Nec vero in ejusmodi arbitraria lege idem praestatur, quod si in universa Philosophia pro singulorum phaenomenorum explicatione illud adhiberetur, id fieri, quia Deus voluit. Id quidem civilium exemplo legum optime explicatur.

44. Sunt pleraeque leges a Republica ordinatae ad certos fines, quae aliter etiam ordinari possent, et generales quaedam cujuscumque regiminis sunt leges, secundum quas ea ditio regitur. Interea plurima ab iis legibus pendent phaenomena, damnantur Rei, publicantur bona, vel aliis adjudicantur, ac alia ejusmodi. Qui rationem eorum redditurus illud affirmet, ista evenire, quia sic Legislator voluerit, ordinarit Respublica, nã ille quidem inepte respondeat, et nihil dicat. Quod si e contrario leges ipsas generales inveniatur, earum sensum explicet, ad peculiare casus applicet, et quid in quibusque circumstantiis consequi inde debeat, diligenter exponat; ille quidem Juris peritus appellatur, habetur in pretio, et Patriae, et civibus est utilissimus, quibus in dubiis casibus prodest plurimum, saepe consultus. Eodem prorsus pacto, qui ad singula Naturae phaenomena illud respondeat, id ita fieri, quia sic Deus voluerit, ordinarit Natura, ineptissime ille quidem philosophatur. Qui liberat etiam, si liberae sint, Dei Naturae conditoris leges, generales, et perennes, ex quibus phaenomena pendent omnia, deprehendat, ac explicet; nã ille optimus Naturae indagator

sti odrediti da postoji uzajamno približavanje, a iz stanja neke druge udaljenosti uzajamno udaljavanje. Dakle, uzeti za stanje približavanja i udaljavanja čitav niz udaljenosti tako da je takva određenja za uzajamna približavanja, odnosno odmicanja (koje proizvoljnim i već uvriježenim, a ne baš neprikladnim imenom nazivamo privlačne ili odbojne sile), usadio samim udaljenostima prema nekom određenom zakonu koji možemo izraziti analitičkom formulom, odnosno predočiti geometrijskim likom. A u takvom proizvoljnom zakonu ne predstavlja se ono kao kad bi cijela filozofija za objašnjavanje pojedinih pojava upotrijebila objašnjenje da se to događa jer je Bog tako htio. To se zaista najbolje objašnjava na primjeru građanskih zakona.

44. Postoji više zakona koje je država uredila u određene svrhe, a koji bi se također mogli urediti drugačije, i postoje nekakvi opći zakoni bilo koje vlasti prema kojima se upravlja tom zemljom. Osim toga o tim zakonima ovisi više pojava, kažnjavaju se krivci, plijene se dobra ili dodjeljuju drugima i ostala takva pitanja. Onaj tko bi namjeravajući ih obrazložiti tvrdio da se to događa jer je tako želio zakonodavac, a naredila država, objasnio bi to potpuno nesposobno i ne bi rekao ništa. Naprotiv, ako bi iznašao upravo opće zakone, objasnio njihov smisao, primijenio ih na posebne slučajeve i objasnio što bi se prema tome moralo postići u određenim okolnostima, taj se doista naziva vještim u pravu, cijenjen je i veoma koristan domovini i građanima kojima je od iznimne koristi u dvojbenim slučajevima i često ga pitaju za savjet. Jednako tako onaj tko na svaku prirodnu pojavu odgovara da se ona tako događa jer je Bog tako želio, a priroda naredila, taj filozofira krajnje nespretno. Tko pak zakone Boga, tvorca prirode, poima i objašnjava kao slobodne, ako su slobodni, opće i vječne, o kojima ovise sve pojave, njega se mora cijeniti kao najboljeg istraživača prirode i njezina najvještijeg spoznavatelja, najkorisnijeg za sve ono za što su korisni takvi zakoni prirode, kao što je gajenje znanosti, promicanje umjetnosti i utvrđivanje samog razloga života.

censeri debet, et Naturae peritissimus cognitor, atque ad ea omnia, ad quae Naturae leges ejusmodi utiles sunt, ut ad scientias excolendas, ad artes promovendas, ad ipsam vitae rationem instituendam, utilissimus.

45. Qui autem malunt in ipsa rerum Natura, vel etiam in formis quibusdam, quae rebus ipsis superadditae sint, effectuum naturalium causas reponere, ii possunt in Natura punctorum materiae, vel in accidenti ipsis superinducto agnoscere determinationem accessus mutui, vel recessus conditionatam, sub conditione tantae determinatae distantiae. Ea determinatio dicitur vis attractiva, vel repulsiva, prout erit ad accessum, vel recessum, et fiet secundum certam legem pendentem a distantia, et expressam per analyticam formulam, ac oculis subjectam per geometricam lineam. Eo casu quodvis punctum in se producet motum, directio autem, secundum quam eum producet, et magnitudo ipsius determinabitur a positione, et distantia alterius puncti. Nimirum illa unica indivisibilis Natura, vel, si libet, superaddita qualitas in quovis puncto producet motum, punctum alterum positione illa sua, et distantia, ubi ad ipsum devenerit, directionem novi motus determinabit, et quantitatem. Quamobrem hoc aliud punctum physice in illud primum non aget; aget tamen determinative, ut adeo ipsi ob necessariae exigentiae determinationem effectus tribui debeat, et ipsum dicendum sit propellere, et loco movere illud aliud punctum, quod accessu suo, posita rerum Natura ad illum motum ipsum determinat. Eodem pacto apud Peripateticos gravitas deorsum urget corpora, et in iis producit motum, centri autem positio directionem ejus motus determinat. Porro evidens est illud, nihil obesse, quominus eadem indivisibilis simplicissima, vel puncti, vel qualitatis ipsi superadditae natura requirat in una distantia unum accessum, in alia accessum majorem, in alia conservationem distantiae, in alia recessum, ut eadem illa elasticitas laminae pro diversis distantia cuspidum diversos accessus, vel distantiae conservationem, vel recessum requirit.

45. Oni pak koji više vole u samoj prirodi ili u nekakvim oblicima koji su nadodani samim stvarima, polagati uzroke prirodnih učinaka, oni mogu u prirodi točaka tvari, odnosno u akcidentu koji im je nadređen, spoznavati uvjetovano određenje uzajamnog približavanja ili udaljavanja, pod uvjetom toliko određene udaljenosti. To će se određenje nazvati privlačna ili odbojna sila, kako već bude prema približavanju ili udaljavanju, i događat će se prema određenom zakonu koji ovisi o udaljenostima, a izraženo je analitičkom formulom i predočenom geometrijskom crtom. U tom slučaju koja god točka u sebi proizvede gibanje, smjer prema kojem ga proizvodi i njegova veličina određivat će se iz položaja i udaljenosti druge točke. Dakle, ona jedinstvena, nedjeljiva priroda, odnosno, ako je tako draže, nadodana kakvoća u bilo kojoj točki proizvest će gibanje, a druga će točka u svom položaju i na svojoj udaljenosti kad gibanje stigne kod nje odrediti smjer i kvantitetu novog gibanja. Zbog toga ta druga točka fizički neće djelovati na onu prvu točku. Ipak, djelovat će određenjem, pa se stoga njoj mora dodijeliti učinak radi određenosti nužne potrebitosti i za nju će trebati reći da potiskuje i pomiče s mjesta onu drugu točku zato što svojim približavanjem, zbog prirodne zadanosti, određuje tu točku za ono gibanje. Na isti način kod peripatetičara sila teže silazno pritišće tijela i u njima izaziva gibanje, a položaj središta određuje smjer tog gibanja. Nadalje je očigledno da se ništa ne protivi da ista nedjeljiva i veoma jednostavna priroda bilo točke bilo njoj pridodane kakvoće, traži jedno približavanje na jednoj udaljenosti, a na drugoj udaljenosti veće približavanje, na trećoj očuvanje udaljenosti, na četvrtoj udaljavanje, kao što ista ona elastičnost ploče za različite udaljenosti šiljaka zahtijeva različita približavanja ili očuvanost udaljenosti ili udaljavanja.

46. Atque haec quidem de causa fusius aliquanto iterum exposuimus, ut innotescat generalem hanc nostram theoriam consentire cum quavis Philosophorum secta de primis, vel ultimis effectuum causis disputante, quas cum e phaenomenis deprehendere non liceat (nam phaenomena eodem modo contingunt, undecunque illa ipsa profluat virium lex), nequaquam investigamus, contenti investigatione legis ipsius, secundum quam vires exercentur, et habentur motus, ut Algebrae, Geometriae, Mechanicae ope, motuum leges inde, ac phaenomenorum omnium generalem rationem, atque evolutionem derivemus.

47. Quod autem postremo loco fuerat propositum, nimis implexam esse, et ex pluribus legibus temere inter se conjunctis, ac arcibus curvarum plurium compactam theoriam nostram, id enim vero est admodum falsum. Omnes enim ii transitus ab unica continua in se simplicissima analytica formula, et unica simplici continua linea curva exhibentur. Quod quidem quo evidentius pateat, praemitemus primo illud, ut certas quantitatum relationes vulgus etiam per numeros exprimit, et inter se confert, vel per certas mensuras, nimirum lineas, oculis subjicit, ut ubi imagines aedium, camporumque depictas intuetur; ita etiam philosophi, ac Mathematici generales quantitatum nexus exprimunt per valores quosdam generales, et indeterminatos, quos litteris exhibent, quae quidem expressiones, cum Algebra Analyseos nomine appellari soleat, analyticae formulae dicuntur. Eisdem autem et exprimunt, et oculis exhibent per geometricas lineas, quarum tamen Naturam analyticis formulis complectuntur. Ex analyseos autem regulis, et geometricis veritatibus tam multis jam demonstratis, ubi ejusmodi nexus ad analyticas ipsas formulas, et geometricas lineas deductus est, multo sane facilius consectaria deinde deducantur quam plurima, quae ad phaenomena pertinent e nexibus illis ipsis pendentia.

48. Porro illae formulae algebraicae, illae lineae, quae ejusmodi nexum, et mutationem quantitatum variabilium exprimunt, illae ipsae ostendunt, an, et quando fieri debeat, ut quantitas

46. To smo nešto opširnije, a i iznova, izložili radi toga da se naznači kako se ova naša opća teorija slaže s bilo kojom filozofskom sljedbom koja raspravlja o prvim ili posljednjim uzrocima učinaka. Budući da se njih ne može spoznavati po pojavama (naime, pojave se zbivaju na isti način, bez obzira odakle proizlazi sam zakon sila), to ih i ne istražujemo, zadovoljivši se istraživanjem samoga zakona prema kojem djeluju sile i nastaju gibanja da bismo uz pomoć algebre, geometrije i mehanike izveli zakone gibanja i opći razlog i razvoj svih pojava.

47. A što je pak posljednje izneseno, dakle da je naša teorija odviše komplicirana i sastavljena od više nasumce povezanih zakona te lukova većeg broja krivulja, to je u potpunosti pogrešno. Naime, sve one prijelaze pokazuje jedna jedina neprekinuta i u sebi potpuno jednostavna analitička formula, kao i jedna jednostavna neprekinuta zakrivljena crta. Da bi to bilo što očiglednije, najprije ćemo napomenuti da običan puk određene odnose količina izražava i uspoređuje brojevima, odnosno da si ih predočava određenim mjerama, naime crtama, kao kad zamišlja nacrtane likove zgrada i polja. Isto tako filozofi i matematičari opće sveze količina izražavaju nekim općim i neodređenim vrijednostima koje obilježavaju slovima, a ti se izrazi, s obzirom na to da se algebru obično naziva analitikom, onda nazivaju analitičke formule. Te se formule pak izražavaju i predočavaju geometrijskim crtama, čiju prirodu ipak obuhvaćaju analitičkim formulama. A iz analitičkih pravila i geometrijskih istina, toliko mnogih i dokazanih, gdje je takva sveza svedena na same analitičke formule i geometrijske crte, svakako je lakše izvoditi zaključke koji se tiču pojava i ovise o tim istim svezama.

48. Nadalje, one algebarske formule i crte koje izražavaju takvu svezu i promjenu varijabilnih količina, upravo one pokazuju mora li se i kada dogoditi da količina prijeđe iz pozitivne u negativnu, te zatim na koji se način taj prijelaz događa. Naime, ponekad se događa prolaženjem kroz nulu, a ponekad prelaženjem kroz beskonačnost. Može se pak dogoditi da količina, kad

transeat e positiva in negativam, et quo pacto is transitus fiat, fit enim aliquando transeundo per nihilum, aliquando vero transeundo per infinitum. Fieri autem potest, ut quantitas ubi ad nihilum, vel infinitum devenerit, e positiva migret in negativam, vel viceversa, et contra positiva remaneat, vel negativa, ut erat. Ea omnia multo fusius pertractavimus, ac declaravimus in secundo nostrorum elementorum tomo, quod attinet ad analyticas algebraicas formulas §14, et quod pertinet ad lineas geometricas tomo tertio, in dissertatione de transformationibus locorum geometricorum addita Sectionum Conicarum elementis. Aliqua hic brevissime innuemus.

49. Sit formula $10 - x$, in qua pro x ponantur valores varii. Si ponatur $x = 1$, fit formula = 9; si $x = 8$, fit = 2; si $x = 10$, fit = 0; si $x = 12$, fit = -2; si $x = 19$, fit = -9. Abiit valor e positivo in negativum transeundo per zero. Sit $1000 - 300x + 30x^2 - x^3$. Pariter posito $x = 1$, fit = 729; posito $x = 8$, fit = 8; posito $x = 10$, fit = 0; posito $x = 12$, fit = -8; posito $x = 19$, fit = -729. Abiit etiam hic valor e positivo in negativum per zero. Et quidem si ponatur quivis valor minor, quam 10 in utraque formula, habebitur quantitas positiva; si major, negativa. Quod si assumamus formulam $\frac{1}{10-x}$ vel $\frac{1}{1000 - 300x + 30x^2 - x^3}$, positus pro x valoribus 1, 8, 10, 12, 19, habebuntur valores $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{0}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{9}$, vel $\frac{1}{729}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{0}$, $-\frac{1}{8}$, $-\frac{1}{729}$. Primi duo valores utrobique sunt positivi, ultimi duo negativi, medius infinitus: nam fractio eo est major, quo denominator est minor, qui si ita decrescit in infinitum, ut demum evadat omnino nullus, ipsa fractio evadit valoris absolute infiniti. Transiit valor e positivo in negativum in prioribus formulis casu appellendo ad zero, in his posterioribus appellendo ad infinitum.

50. Quod si potius assumatur formula $100 - 20x + x^2$, et ponantur pro x valores illi iidem successive alii post alios, nimirum 1, 8, 10, 12, 19, habentur valores 81, 4, 0, 4, 81, omnes positivi, et quicumque valor substituatur pro x , invenietur semper positivus valor. Formula nimirum ibi, ubi devenerit ad zero retro

dosegne nulu ili beskonačnost, prijeđe iz pozitivne u negativnu i obratno, kao i da nasuprot tome ostane pozitivna ili negativna kao što je i bila. Sve smo to mnogo opširnije prošli i objasnili u drugom svesku naših *Počela*: ono što se odnosi na analitičke i algebarske formule § 14, a ono što se odnosi na geometrijske crte u trećem svesku u raspravi *O transformacijama geometrijskih mjesta* dodanoj *Počelima stožastih presjeka*. Nešto ćemo ovdje ukratko natuknuti.

49. Neka je $10 - x$ formula u kojoj se umjesto x uvrštavaju različite vrijednosti. Ako se uzme $x = 1$, onda je formula $= 9$; ako je $x = 8$, formula postaje $= 2$; ako je $x = 10$, postaje $= 0$; ako je $x = 12$, postaje $= -2$; ako je $x = 19$, postaje $= -9$. Vrijednost je otišla iz pozitivne u negativnu prelaženjem kroz nulu. Neka je $1000 - 300x + 30x^2 - x^3$. Jednako tako, stavi li se $x = 1$, formula postaje $= 729$; postavi li se $x = 8$, postaje $= 8$; stavi li se $x = 10$, postaje $= 0$; stavi li se $x = 12$, postaje $= -8$; stavi li se $x = 19$, postaje $= -729$. Dakle i ovdje je vrijednost formule otišla iz pozitivne u negativnu prelaženjem kroz nulu. Doista, ukoliko bi se u obje formule stavila bilo koja vrijednost manja od 10, dobit će se pozitivna količina, a stavi li se veća vrijednost, negativna. Ako uzmemo formulu $\frac{1}{10-x}$ ili $\frac{1}{1000 - 300x + 30x^2 - x^3}$, za stavljene vrijednosti x od 1, 8, 10, 12 i 19, redom će se dobiti vrijednosti $\frac{1}{9}, \frac{1}{2}, \frac{1}{0}, \frac{1}{-2}, \frac{1}{-9}$, odnosno $\frac{1}{729}, \frac{1}{8}, \frac{1}{0}, \frac{1}{-8}, \frac{1}{-729}$. Prve su dvije vrijednosti u oba slučaja pozitivne, a posljednje dvije negativne, dok je srednja beskonačna. Naime, razlomak je to veći što je manji nazivnik. Ako li se on smanjuje u beskonačnost, a onda postane nula, onda sam razlomak poprima apsolutno beskonačnu vrijednost. U prethodnim je formulama vrijednost prelazila iz pozitivne u negativnu prolaskom kroz nulu, a u ovim potonjim prolaskom kroz beskonačnost.

50. Ako bi se pak radije uzela formula $100 - 20x + x^2$ i umjesto x se jedna za drugom uvrstile iste vrijednosti, dakle 1, 8, 10, 12 i 19, dobile bi se vrijednosti 81, 4, 0, 4 i 81, sve pozitivne. Koja god bi se vrijednost uvrstila umjesto x , uvijek bi izišla pozi-

cursum reflectet, et non pmigrabit in negativam. Pariter idem accidet in formula $\frac{1}{1000 - 20x + x^2}$, quae formula posito $x = 10$ evadit infinita, posito quovis alio valore, semper est positiva. Sunt autem formulae, quarum valor pluribus etiam vicibus migrat e positivo in negativum, et viceversa, idque vel transeundo per nihilum, vel transeundo per infinitum. Sumatur formula $x^3 - 21x^2 + 138x - 280$. In ea si ponatur quivis numerus negativus pro x , vel zero, vel quivis numerus positivus minor 4, habetur valor formulae negativus, si ponatur $x = 4$, fit $= 0$; si ponatur quivis valor inter 4, et 7, valor evadit positivus, primo quidem crescens, tum decrescens; si ponatur $x = 7$, fit iterum $= 0$; si ponatur pro x quivis valor inter 7, et 10, fit valor formulae iterum negativus, primo quidem crescens, tum decrescens; si ponatur valor $x = 10$, fit valor formulae $= 0$; posito autem quovis valore pro x , majore quam 10, habetur valor formulae positivus, et crescens perpetuo in infinitum. Porro eodem pacto admodum facile est invenire formulas, quae substitutis valoribus quotcumque, evadant $= 0$, et ibi vel transeant e positivis in negativas, vel regrediantur retro; ac idem pariter de transitu per infinitum.

F. 2. 51. Quae de formulis analyticis diximus eadem in lineis geometricis locum habent. Sit quaedam recta, ut AB in *fig. 2*, ad quam referatur linea quaevis PEM, per rectas CL a quocumque ejus puncto ductas perpendiculariter ad AB, et dicatur, ut fieri solet, AC abscissa, CL ordinata, AB axis. Eae duae quantitates, AC, et CL erunt inter se connexae ita, ut, data illa curva, a magnitudine unius pendeat magnitudo alterius. Prout linea PEM accesserit ad axem, vel recesserit, ordinata CL minuetur, vel augebitur. Si ea advenerit ad axem AB, ordinata CL evadet $= 0$; si ea axem transgressa abeat ad partes oppositas, uti figura exhibet, ordinata directionem mutabit, adeoque mutabitur e positiva in negativam. Quod si curva delata ad axem AB in E retro cursum reflectat per EM', tum ordinata CL, posteaquam evanuit in E, retro cursum reflectit in HM' iterum positiva. Fieri autem potest etiam, ut ordinata evadat infinita,

tivna vrijednost. Formula upravo ondje gdje dopijeva do nule mijenja smjer unazad i ne odlazi u negativno. Isto se događa i u formuli $\frac{1}{1000 - 20x + x^2}$, koja će, stavi li se da je $x = 10$, postati beskonačna, a uvrsti li se bilo koja druga vrijednost, uvijek je pozitivna. Postoje i formule čija vrijednost u više navrata prelazi iz pozitivne u negativnu i obratno, i to bilo prelaženjem kroz nulu ili kroz beskonačnost. Uzmimo formulu $x^3 - 21x^2 + 138x - 280$. Ukoliko se u nju stavi bilo koji negativan broj umjesto x ili nula, te bilo koji pozitivni broj manji od 4, vrijednost će formule biti negativna. Ako se uzme da je $x = 4$, postaje $= 0$; a ako se uzme bilo koja vrijednost između 4 i 7, dobiva se pozitivna vrijednost, najprije rastuća, a potom opadajuća. Ako se uzme da je $x = 7$, ponovno postaje $= 0$. Kod vrijednosti između 7 i 10, vrijednost će formule ponovno biti negativna, najprije rastuća, potom opadajuća. Kod vrijednosti $x = 10$, vrijednost formule je opet $= 0$. Postavi li se pak vrijednost gdje je x veći od 10, vrijednost će formule biti pozitivna i neprestano će rasti u beskonačnost. Dalje je na taj isti način vrlo lako naći formule kod kojih će izuzeci s uvrštenim vrijednostima izlaziti $= 0$, i ondje ili prelaziti iz pozitivnih u negativne ili se vraćati natrag. Isto je moguće i za prijelaz u beskonačnost.

51. Ono što smo rekli o analitičkim formulama vrijedi i za geometrijske crte. Neka je zadan neki pravac kao što je AB na *sl. 2*, prema kojemu se svaka crta PEM mjeri crtom CL spuštenu okomito na AB u bilo kojoj točki i neka se zovu, kao i obično, AC apscisa, CL ordinata, AB os. One dvije količine AC i CL međusobno će biti povezane tako da po onoj zadanoj krivulji od veličine jedne ovisi veličina druge. Kako se crta PEM bude približavala ili udaljavala od osi, ordinata CL će se smanjivati ili rasti. Ako ta crta dođe do osi AB , ordinata CL će postati $= 0$; ako pak prešavši os ode na suprotnu stranu, kako prikazuje slika, ordinata će promijeniti smjer pa će se i sama promijeniti iz pozitivne u negativnu. Ako pak krivulja spuštena na os AB u E natrag okrene u smjer EM' , tada se ordinata CL , nakon što je iščezla u E , ponovo okreće u pozitivan smjer HM' . Također

et posteaquam infinita evasit, redeat cum eadem directione ex infinito (quod accideret in *fig. 11.* in curva LMN, quae habeat asymptotum SM, et ex eadem asymptoti parte regrediatur) vel redeat cum directione opposita (quod accideret in *fig. 12.* ubi arcus asymptotici LM, OP jacent ad partes oppositas), et hosce quidem, quibus hic indigemus, ac alios casus eodem pertinentes accurate per simplicem Geometriam demonstravimus in eadem illa dissertatione adjuncta Sectionibus Conicis, quae quidem Geometris notissima sunt.

F. 2. 52. Porro iidem nexus, qui exhibentur per formulas illas analyticas, exhiberi etiam possunt per lineas, in quibus abscissa dicatur x , ordinata y , ut ex applicatione Algebrae ad Geometriam, et locorum geometricorum theoria notissimum est. Sic, si fit in *fig. 2.* $AE = 10$, $AC = x$, $CL = y$, fit autem linea PEM recta, angulus CEP semirectus, adeoque $CL = CE$, erit $y = 10 - x$, ut in prima e formulis analyticis propositis. Si autem fit PEM' parabola communis, cujus axis EF, tangens AEB, parameter = 1, habebitur formula $100 - 20x + x^2 = y$. Si vero esset PEM quaedam alia parabola cubica, haberetur formula $1000 - 300x + 30x^3 - x^3 = y$, ac ubique facta $AC = AE$, sive $x = 10$, evadit CL, sive $y = 0$, sed in primo, et tertio casu, ubi abscissa AC abjerit in AH ultra AE, evadit ordinata y negativa HM, in secundo remanet positiva HM'.

53. Sic si habeatur quaevis formula algebraica, quae quocumque modo exhibeat relationem ordinatae ad abscissam vel hoc modo separatae, vel utcumque permixtae, habetur semper linea, quae exprimit relationem illam, quae dicitur ejus gradus ad quem assurgunt potentiae ipsarum x , et y permixtae simul. Ubi autem ipsae nec sunt permixtae, nec assurgunt ultra primum gradum, linea quae aequationi respondet est recta; ubi vel seorsum, vel simul assurgunt ad gradus superiores, linea est curva, in secundo gradu semper una e sectionibus conicis, quae dicuntur curvae primi generis, et in altioribus gradibus curvae altiores sunt, quae, quo gradu assurgit major, eo sunt plures, et cito admodum in immensum excrescunt, quod

se može dogoditi da ordinata ode u beskonačnost i da se nakon što je otišla u beskonačnost vrati istim smjerom iz beskonačnosti (što se dogodilo na *sl. 11* u krivulji LMN koja ima asimptotu SM i s iste strane asimptote se ponovno spušta), odnosno da se vrati iz suprotnog smjera (što se dogodilo na *sl. 12*, gdje asimptotski lukovi LM i OP leže na suprotnim stranama). Ove slučajeve koji su nam ovdje trebali, kao i druge koji se tiču ove teme, pažljivo smo jednostavnom geometrijom dokazali u onoj istoj raspravi pridodanoj stožastim presjecima, što je jako poznato geometričarima.

52. Nadalje, ista sveza koja se izražava analitičkim formulama može se izraziti i crtama kod kojih će se apscisa nazvati x , a ordinata y , kao što je predobro poznato na osnovi primjene algebre u geometriji i teorije geometrijskih mjesta. Ako je na *sl. 2* tako da je $AE = 10$, $AC = x$, a $CL = y$ i neka crta PEM bude pravac, kut CEP polupravac, pa prema tome $CL = CE$, bit će $y = 10 - x$, kao što je i u prvoj od izloženih analitičkih formula. Ako bi pak PEM' bila zajednička parabola, čija je os EF, tangenta AEB, parametar = 1, dobit će se formula $100 - 20x + x^2 = y$. Da je PEM nekakva druga kubna parabola, dobila bi se formula $1000 - 300x + 30x^2 - x^3 = y$ i svugdje gdje bi se stavilo $AC = AE$, odnosno $x = 10$, dobilo bi se CL , odnosno $y = 0$. Međutim u prvom i trećem slučaju gdje apscisa AC odlazi u AH nakon AE, izlazi da je ordinata y negativna HM, a u drugom ostaje pozitivna HM'.

53. Pa ako se uzme bilo koja algebarska formula koja bi na bilo koji način izražavala odnos ordinate prema apscisi, bilo da su odvojene, bilo na neki način pomiješane, uvijek se dobiva crta koja izražava taj odnos, koji se naziva stupanj, do kojeg se dižu potencije od x i y pomiješane skupa. Kad nisu pomiješani, niti se dižu iznad prvog stupnja, crta koja odgovara jednadžbi jest pravac. Kad se pak bilo odvojeno bilo skupa zajedno dižu do viših stupnjeva, crta je krivulja koja je u drugom stupnju uvijek jedan od presjekâ stošca koji se nazivaju krivulje prve vrste. Kod viših su stupnjeva krivulje također više i što je veći

e combinationum doctrina facile percipitur; cum nimirum 24 litterulae diversis modis combinatae omnibus gentibus abunde voces tam multas suppeditent. Sunt autem et aliae, quae respondent non algebraicis hujusmodi formulis, sed infinitesimalibus, quae dicuntur transcendentes, et sunt fortasse aliae numero infinitae, quae ejusmodi relationes expriment, quas nulla huc usque cognita algebra possit expromere.

54. Jam vero quo altioris sunt gradus curvae lineae, eo pluribus in punctis rectam lineam secare possunt, et possunt semper inveniri curvae, et quidem numero infinitae, quae per quotcumque data puncta transeant, adeoque ad rectam datam in quotcumque, et quibuscumque datis punctis appellant, ibique eam vel secent, vel tangant, uti libuerit; ut et formulae algebraicae, quae ejusmodi curvarum ductum expriment, ac in quotcumque valoribus substitutis pro variabili x exhibeat valorem $= 0$, ac ibi vel transeant in negativas, vel retro regrediantur. Praeterea habetur, ut superiore anno inuimus, in ipsa praecedenti serie quantitatum decrescentium usque ad zero determinatio ad transeundum, vel non transeundum in negativum. Si nimirum antequam evanescat ordinata CL, decrescit in ratione alicujus potentiae gradus paris distantiae CE a nihilo, retro regreditur; si est in ratione potentiae gradus imparis, transit. Ubi erat $y = 10 - x$, erat $= CE$, sive primae potentiae illius distantiae; ubi erat $y = 100 - 20x + x^2$, erat aequalis quadrato CE, sive valoris $10 - x$, ubi erat $y = 1000 - 300x + 30x - x^3$, erat aequalis cubo ipsius EC, sive ejusdem valoris. Idcirco in primo, et tertio casu transiit in negativum, in secundo remansit positivus valor.

55. Hisce praemissis, si natura puncti, vel qualitas ipsi addita, vel libera Dei lex, virium legem ferat respondentem formulae, quae per zero transeat in negativam, vel curvae, quae axem secat; ipsae vires, necessario petente id ipsa illa lege, transibunt e positivis in negativas, sive ex attractivis in repulsivas, et quoties illa curva secabit axem, toties haec habebitur mutatio directionis virium. Saltus haberetur in eo casu, si, ubi ad nihi-

stupanj, to su i one mnogobrojnije, pa prema tome brzo rastu u beskonačnost, što se lako razabire iz nauka o kombinacijama, primjerice to da 24 slova kombinirana na različite načine sve narode obilato opskrbljuju tolikim mnogim riječima. Postoje pak i druge kombinacije koje ne odgovaraju takvim algebarskim formulama, nego onim infinitezimalnim i nazivaju se transcendentne. Možda postoje i druge nebrojene kombinacije koje izražavaju takve odnose, a koje ne može izraziti nikakva dosad spoznata algebra.

54. Što je viši stupanj zakrivljenih crta, to one u većem broju točaka mogu sjeći pravac. Stoga se uvijek mogu naći krivulje, i to beskonačne brojem, koje prolaze kroz bilo koju zadanu točku, pa se prema tome i primiču zadanom pravcu u koliko god i na kojim god točkama te ga ondje, svejedno je, ili sijeku ili dodiruju, kao uostalom i algebarske formule koje izražavaju tok takvih krivulja te za bilo koju vrijednost uvrštenu za varijablu x daju vrijednost $= 0$ i ondje prelaze u negativne ili se vraćaju natrag. Osim toga, kako smo naznačili prošle godine, u samom prethodjećem nizu količina koje opadaju do nule postoji određenost za prelaženje ili za neprelaženje u negativno. Dakle, ako se ordinata CL , prije nego što iščezne, smanjuje razmjerno nekoj potenciji parnog eksponenta udaljenosti CE od nule, onda se vraća natrag. Ako je pak razmjerna potenciji neparnog eksponenta, onda prelazi. Gdje je bilo $y = 10 - x$, bilo je $i = CE$, odnosno prvoj potenciji one udaljenosti; gdje je bilo $y = 100 - 20x + x^2$, bilo je jednako kvadratu CE , odnosno vrijednosti $10 - x$; gdje je bilo $y = 1000 - 300x + 30x^2 - x^3$, bilo je jednako kubu samog EC , odnosno njegovoj vrijednosti. Prema tome u prvom i trećem slučaju vrijednost prelazi u negativnu, a u drugom ostaje pozitivna.

55. Na osnovi iznesenog, ako priroda točke ili kakvoća njoj dodana, odnosno slobodan Božji zakon, donose zakon sila koji odgovara formuli koja kroz nulu prelazi u negativno, odnosno zakon krivulje koja siječe os, onda će i same sile, s obzirom na to da to nužno ovisi o tom zakonu, prelaziti iz pozitivnih u negativne, odnosno iz privlačnih u odbojne. Dakle, koliko će god pu-

lum deventum est, non abiretur ex attractione in repulsionem, et ad servandam Naturam legis requiritur ea mutatio, quae si non haberetur, tum diversae leges temere inter se conjunctae haberentur.

56. Caeterum ex iis, quae diximus, et ex ipsa curvarum natura potius eruitur argumentum validissimum pro sententia admittente non solas attractiones, sed attractiones conjunctas cum repulsionibus. Nam virium lex quaecumque ea sit, debet posse per lineam aliquam exprimi. Concipiamus nos ignorare prorsus, cujusmodi eo curva esse debeat, et nullum habere argumentum pro parte utralibet, ac videamus, quid esse debeat magis probabile; ut habeantur solae attractiones, an ut etiam repulsiones habeantur. In primo casu oportet illa linea, quae legem exprimit, axem nusquam secet; in secundo oportet eam secet. Hoc posito consideremus, an sit probabilius, haberi lineam, quae axem non secet, an haberi lineam, quae secet.

57. Recta quaevis, ut ordiamur a lineis primi ordinis, secatur necessario ab omnibus rectis omnium directionum, praeter solas sibi parallelas. Quare infinities plures sunt rectae, quae eam necessario secant, quam quae non secant. Lineae secundi ordinis, nimirum Sectiones Conicae sunt ejusmodi, ut Ellipsim quidem infinitae numero lineae secant, infinitae non secant, ac cujuscumque directionis lineae omnes, quae tangentibus interjacent, Ellipsim secant, quae sunt extra, non secant; in Hyperbola autem e contrario, quae sunt inter tangentes non secant, quae extra secant. Parabolam omnium directionum lineae, quae jacent a tangente ad alteram partem, non secant, quae ad alteram, secant. Hic igitur sumus pares. In curvis generis secundi, gradus tertii, sunt plurimae, quae ramis ita in partes oppositas excurrunt, ut nulla haberi possit linea recta, quae ipsas non secet, et id in omnibus gradibus imparibus accidit. Infinities plures secant, quam non secant, et quo altius assurgunt, eo in pluribus punctis secare possunt.

ta ona krivulja sjeći os, toliko će se puta događati promjena u smjeru sila. Skok bi se događao u onom slučaju u kojem pri dolasku do nule ne bi dolazilo do prijelaza iz privlačenja u odbijanje, a da bi se očuvala priroda zakona, potrebna je ta promjena; jer kada se ne bi događala, tada bi postojali različiti, nasumce povezani zakoni.

56. Uostalom, prema tome što smo rekli i prema samoj prirodi krivulja, javlja se najjači dokaz u prilog mišljenja koje dopušta ne samo privlačenja nego i privlačenja povezana s odbijanjima. Naime, zakon sila, koji god bio, mora se moći izraziti nekakvom crtom. Zamislimo da uopće ne znamo kakva mora biti ta krivulja, te da nemamo nikakav dokaz za bilo koju stranu i pogledajmo što bi bilo uvjerljivije: da postoje samo privlačenja ili da također postoje i odbijanja. U prvom slučaju ona crta koja izražava zakon nikada ne siječe os, dok je u drugom slučaju siječe. Postavivši stvari tako, promotrimo je li vjerojatnije da postoji crta koje ne siječe os ili ona koja je siječe.

57. Da krenemo od crta prvog reda, nužno je da svaki pravac sijeku svi pravci svih smjerova osim onih koji su mu paralelni. Stoga su beskonačno brojniji oni pravci koji ga nužno sijeku negoli oni koji ga ne sijeku. Crte drugog reda, odnosno presjeci stošca takvog su tipa da beskonačan broj crta siječe elipsu, a beskonačan broj crta je ne siječe, odnosno sve crte bilo kojeg smjera koje leže među tangentama sijeku elipsu, dok je one koje se nalaze izvan tog prostora ne sijeku. Kod hiperbole je pak obratno, jer crte između tangenti je ne sijeku, dok one izvan tog prostora to čine. Crte svih smjerova koje leže od tangente prema jednoj strani ne sijeku parabolu, dok je one s druge strane sijeku. Dakle, ovdje smo jednaki. Kod krivulja druge vrste, trećeg stupnja, brojne su crte koje se svojim granama prostiru na suprotne strane tako da se ne može naći nijedan pravac koji ih ne bi sjekao, a to se događa u svim neparnim stupnjevima. Beskonačno mnogo ih siječe u odnosu na one koji ne sijeku, i što se više stupanj krivulja povećava, to se krivulje mogu sjeći u više točaka.

58. Tum autem sic argumentari licet. Nulla est linea, quam infinitae lineae rectae non secant; infinitae numero sunt lineae, quas recta quaevis non secare non potest, et infinities plures sunt curvae cum rectis combinatae, quae a rectis secantur, quam quae non secantur. Igitur infinities probabilius est per ejusmodi curvam exprimi virium legem, quae axem secet, quam per ejusmodi, quae non secet. Rursum curvae, quae in exiguo punctorum numero secari possint a rectis, sunt in immensum pauciores, quam curvae, quae secari possunt in plurimis. Igitur in immensum probabilius est eam legem exprimi per curvam, quae axem secare possint in plurimis punctis, quam quae in paucioribus. Haec quidem argumenta sunt, quae favent sententiae nostrae, si nihil nos scire concipiamus. Si oppositum positive probaretur, hoc praejudicium concideret; sed confirmatur admodum valide, cum nos positive probemus eam ipsam curvae nostrae formam.

59. At praeterea contra solam attractionem plures habentur difficultates, quae per gradus crescunt. Nam in primis si eae imminutis utcumque distantibus agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum est, incrementum velocitatis ibi per saltum abrumpitur, et ubi maxima est, ibi perpetuo incassum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, et necessario irritos conatus edunt.

60. Quod si in infinitum imminuta distantia, crescunt in aliqua ratione distantiarum reciproca, multae itidem difficultates habentur, quae nostram oppositam sententiam confirmant. In primis in ea hypothese virium deveniri potest ad contactum, in quo vis, sublata omni distantia, debet augeri in infinitum magis, quam esset in aliqua distantia. Porro nos putamus accurate demonstrari, nullas quantitates existere posse, quae in se infinitae sint, aut infinite parvae. Hinc autem statim habemus absurdum, quod nimirum si vires in aliqua distantia aliquid sunt, in contactu debeant esse absolute infinitae.

58. Tad je pak dopušteno ovakvo dokazivanje. Ne postoji nijedna crta koju ne bi sjekli bezbrojni pravci. Brojem su beskonačne crte koje bilo koji pravac ne može ne sjeći i nebrojeno je više krivulja koje se kombiniraju s pravcima, a koje pravci sijeku u odnosu na one kojima se to ne događa. Stoga je beskonačno uvjerljivije izraziti zakon sila takvom krivuljom koja siječe os negoli onakvom koja to ne čini. K tome, krivulje koje pravci mogu sjeći u neznatnom broju točaka, umnogome su malobrojnije negoli krivulje koje se mogu sjeći u više točaka. Stoga je daleko uvjerljivije onaj zakon izraziti krivuljom koja može sjeći os u većem broju točaka negoli onom kod koje se to događa u manjem broju. Dakle, to su dokazi koji idu u prilog našem mišljenju, ukoliko zamislimo da ništa ne znamo. Da se dokaže da je suprotan stav točan, ta bi pretpostavka propala. Međutim, dovoljno je snažno potvrđena, s obzirom na to da pozitivno dokazujemo baš taj oblik naše krivulje.

59. Osim toga, protiv samog privlačenja postoje mnoge poteškoće koje rastu postupno. Naime, kao prvo, ako ono djeluje na ma kako smanjenim udaljenostima, povećava brzinu sve do dodira, a kad dođe do njega, porast se brzine na tom mjestu skokovito prekida. Gdje je brzina najveća, ondje dijelovi uzaludno nastoje proizvesti daljnji učinak, pa napor nužno postaje uzaludan.

60. Ako se pak udaljenost smanji u beskonačnost, sile privlačenja rastu obrnuto razmjerno udaljenostima, te stoga nastaju mnoge poteškoće koje potvrđuju naše suprotno mišljenje. Kao prvo, u onoj hipotezi sila može doći do dodira u kojem se sila, nakon što je nestala svaka udaljenost, mora povećavati u beskonačnost više negoli je iznosila kada je postojala neka udaljenost. Nadalje, mislimo da smo točno dokazali da ne mogu postojati nikakve količine koje bi u sebi bile beskonačne ili beskonačno malene. Prema tome, odmah nam se javlja besmislica, jer ako sile na nekakvoj udaljenosti jesu nešto, pri dodiru bi morale biti apsolutno beskonačne.

61. Augetur difficultas, si debeat ratio reciproca esse major, quam simplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohaesionem adhuc major) et ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipso congressu devenient ad velocitatem absolute infinitam. Velocitas autem absolute infinita est impossibilis, cum ea requirat spatium finitum percursum momento temporis, adeoque replicationem, sive extensionem simultaneam per spatium finitum divisibile, et quovis finito tempore requirat spatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non possit, requireret ex Natura sua, ut punctum ejusmodi velocitatem adeptum nusquam esset.

Fig. 6. 62. Accedunt plurima absurda, ad quae ejusmodi leges nos deducunt. Tendat punctum aliquod in *fig. 6.* in centrum F in ratione reciproca duplicata distantiarum, et ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate satis exigua: describet Ellipsim ACDE, cujus focus erit F, et semper regredietur ad A. Decrescat velocitas AB per gradus donec demum evanescat. Semper magis arctatur Ellipsis, et vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte ellipsi in rectam AF. Videtur igitur id punctum sibi relictum debere descendere ad F, tum post acquisitam ibi infinitam velocitatem, eam sine ulla contraria vi convertere in oppositam, et retro regredi. At si id punctum tendat in omnia puncta superficiei sphaericae, vel globi EGCH in eadem illa ratione, demonstratum est a Newtono debere per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo acceleraretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei, vel sphaerae compenetrarentur in F. At abrupta lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu aequabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

63. In eo jam absurdum quoddam videtur esse, sed id quidem multo magis crescit si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphaerica superficies, vel tota sphaera abeat in unicum

61. Poteškoća se i povećava ukoliko obrnuti razmjer mora biti veći od jednostavnoga (kao što se za gravitaciju zahtijeva obrnuta razmjernost kvadratu, a za koheziju još veća) i odnositi se na dvije točke. Naime, te će točke pri samom susretu doseći apsolutno beskonačnu brzinu. Apsolutno je beskonačna brzina pak nemoguća jer ona iziskuje konačan prijedeni put koji se prijede u trenutku vremena, pa prema tome beskonačni prostor iziskuje replikaciju ili istodobnu protežnost po konačnom djeljivom prostoru, iz čega, s obzirom na to da on ne može ležati između dviju točaka, prirodno slijedi da nikada ne bi postojala ni točka sposobna postići takvu brzinu.

62. Javljaju se i brojne druge besmislice na koje nas navode takvi zakoni. Neka na *sl. 6* neka točka teži k središtu F obrnuto razmjerno kvadratu udaljenosti i neka se od A baci u smjeru AB okomitom na AF , s dovoljno malom brzinom, ona će opisati elipsu $ACDE$, čije će žarište biti F , i uvijek će se vraćati prema A . Neka se brzina AB postupno smanjuje dok napokon ne nestane. Elipsa se sve više steže i tjeme D dolazi do žarišta F u kojem napokon elipsa nestaje i prelazi u pravac AF . Prema tome se čini da se ona točka prepuštena sebi mora spustiti do F , a tad, pošto ondje postigne beskonačnu brzinu, tu istu brzinu mora bez ikakve suprotne sile preokrenuti u suprotnu i vratiti se natrag. A ako bi ta točka težila svim točkama kuglaste plohe, odnosno kugle $EGCH$ u onom istom omjeru, ona bi se morala, kako je to Newton dokazao, po AG spustiti ubrzanim gibanjem na isti onaj način kojim bi se ubrzavala kad bi se sve točke takve plohe, odnosno kugle kompenetrirale u F . A prekinuvši zakon ubrzanja u G , točka se mora jednoliko gibati po GH i kad suprotnim djelovanjem nestanu sve sile, onda po HI još toliko krenuti usporenim gibanjem i tako proizvesti stalnu oscilaciju tako što će se u pojedinoj oscilaciji promjena brzine dvaput skokovito mijenjati.

63. Čini se da već u tome postoji neka besmislica, ali ona se još više povećava ako se promotri što bi se moralo dogoditi kad bi čitava ploha kugle, odnosno čitava kugla došla u jednu jedinu

punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum ellipsi evanescente, nullae jam adsint omnes vires, quae agunt per arcum situm ultra F ad partes D, quae priorem velocitatem debebant extinguere, et novam producere ipsi aequalem. Verum adhuc habetur saltus quidam, a quo et Natura; et Geometria ubique repugnat. Nam donec utcumque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procurso FD eo minore, quo velocitas est minor; facta autem velocitate nulla, procursor immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis priorem determinationem tueri velit, ut punctum quod agatur in centrum vi, quae sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habebitur similis, ubi prius in sphaericam superficiem, vel sphaeram tendat, quae paullatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphaera, habebitur semper is procursor, qui abrumpetur in illo impulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procursor.

F. 7. 64. Haec quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum; in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB *fig. 7.* continentem angulum acutum cum AP mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum, demonstratur in *Mechanica*, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quae vocatur spiralis logarithmica, quae hanc habet proprietatem, ut quaevis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum aequalem angulo PAB; unde illud consequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis spiris circumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipsum unquam desinat: si autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quae tangenti AB occurrat in B, tota spiralis ACDEFGH in infinitum continuata, ad mensuram longitudinis AB accedat ultra quoscumque

točku F. Tada će tijelo prepušteno sebi dospjeti do središta s beskonačnom brzinom, ali će proći i dalje sve do I, dok se prije, ondje gdje je nestala elipsa, moralo vraćati natrag. Mi smo doista drugdje na više mjesta dokazali da se pogreška skriva u prvom određenju, jer pri nestajanju elipse više nisu prisutne sve sile koje djeluju po luku položenom s onu stranu F na stranama D koje su morale utrnuti prethodnu brzinu i proizvesti novu, njoj jednaku. Ipak, još uvijek postoji nekakav skok kojem se posvuda opiru i priroda i geometrija. Naime, dok je god brzina na neki način malena, uvijek postoji povratak prema A s proletom kroz FD koji je to manji koliko je manja i brzina. A kad brzina postane nula, proizlazi da je prolet odmah FI, a da nema nikakvih manjih posrednih proleta. Ako se pak želi očuvati prethodno određenje da bi se točka koja djeluje u središtu sile, koja je obrnuto razmjerna kvadratu udaljenosti, morala od središta vraćati natrag, tada će se postići sličan skok kada se najprije teži plohi kugle ili kugli koja se pomalo pretvara u središte. Naime, dok bude postojala ta ploha ili kugla, uvijek će postojati taj prolet koji se prekida kada se čitava ploha stegne u središte, a da prije ne postoje manji proleti.

64. To vrijedi u slučaju obrnutog omjera kvadrata udaljenosti. *Sl. 7.* U obrnutom omjeru kuba udaljenosti postoje i teže stvari. Naime, ako se s nekom odgovarajućom brzinom krene po pravcu AB *sl. 7* koji čini oštar kut AP s pokretljivim tijelom, koje je prema P pritisnuto silom koja raste obrnuto razmjerno kubu udaljenosti, u mehanici je dokazano da ono mora ići po krivulji ACDEFGH, koja se naziva logaritmična spirala, a posjeduje to svojstvo da bilo koja crta, kao recimo PF, povučena na bilo koju njezinu točku, s tangentom u toj točki tvori kut jednak kutu PAB. Iz toga slijedi da se ona s jedne strane beskonačnim zavojima ovija oko točke P, a ipak nikad se ne zaustavlja u njoj. Ako se pak povuče pravac iz P okomit na AP, koji se s tangentom AB susreće u B, čitava bi se spirala ACDEFGH, produžena u beskonačnost, približila dužini AB mimo svih granica, ali ipak joj nikada ne bi bila jednaka. Brzina pak u takvoj krivulji u neprekinutom približavanju prema središtu sila P stalno bi ra-

limites, nec unquam ei aequalis fiat; velocitas autem in ejusmodi curva in continuo accessu ad centrum virium P perpetuo crescat. Quare finito tempore, et sane brevior, quam sit illud, quo velocitate initiali percurret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P; in quo bina gravissima absurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa spiralis, quae in centrum desineret, contra id, quod ex ejus Natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nunquam possit: deinde vero, quod elapso eo finito tempore mobile illud nusquam esse deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligatur, nullum habet egressum e P. Et quidem formulae analyticae exhibent ejus locum post id tempus impossibilem, sive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in sua Mechanica affirmavit illud, debere id mobile in impulsu ad centrum virium annihilari. Quanto satius fuisset inferre, eam legem virium impossibilem esse?

65. Quanto autem majora absurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatae sint, consequentur? Sit globus ABE, et intra ipsum alius Abe, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decrescentes in ratione reciproca quadruplicata distantiarum, vel majore, et quaeratur ratio vis puncti constituti in concursu A utriusque superficiei. Concipiatur uterque resolutus in pyramides infinite arctas, quae prodeant ex communi puncto A, ut BAD, bAd. In singulis autem pyramidulis divisus in partes totis proportionales sint particulae MN, mn similes, et similiter positae. Quantitas materiae in MN, ad quantitatem in mu erit, ut massa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, sit, ut quantitas materiae directe, et ut quarta potestas distantiarum reciproce, quae itidem distantiae sunt, ut radii sphaerarum, erit vis in partem MN, ad vim in partem mn directe, et tertia potestas radii majoris ad minorem, et reciproce, ut quarta potestas ipsius. Quare manebit ratio simplex reciproca radiorum.

sla. Stoga bi u konačnom vremenu, i to prilično kraćem negoli je ono u kojem bi početnom brzinom prešlo AB, to pokretljivo tijelo moralo doći do središta P. U tome se nalaze dvije prilično velike besmislice. Prva je ta što bi postojala čitava ona spirala koja bi prestala u središtu, a što je protiv onoga što proizlazi iz njezine naravi s obzirom na to da ona nikada ne može pasti u središte; zato što nakon protjecanja onog konačnog vremena to pokretljivo tijelo ne bi nigdje smjelo biti. Naime, ta krivulja, čak i kad bi se podrazumijevalo da se nastavlja u beskonačnost, nikada ne bi izišla iz P. Zaista, analitičke formule izražavaju da je njezino mjesto poslije tog vremena nemoguće, odnosno, da tako kažemo, imaginarno. Upravo je tim dokazom Euler u svojoj *Mehanici* potvrdio da se to pokretljivo tijelo pri dolasku u središte sila mora poništiti. Koliko bi bilo bolje zaključiti da je taj zakon sila nemoguć?

65. Koliko će pak većih besmislica uslijediti u višim potencijama o kojima sile ovise? Neka ABE bude kugla i unutar nje neka druga kugla *Abe*, koja prvu dodiruje u A, a na sve točke obiju kugli neka djeluju sile koje se smanjuju obrnuto razmjerno udaljenosti na četvrtu potenciju ili još i više, i neka se traži omjer sile kod točke postavljene u sjecište A obiju ploha. Zamislimo i jednu i drugu kuglu kao rastavljenu na beskonačno uske piramide koje proizlaze iz zajedničke točke A, kao BAD i *bAd*. Na pojedinim malim piramidama potpuno razdijeljenima u dijelove razmjerne cijeloj piramidi neka su čestice MN i *mn* slične i slično razmještene. Količina tvari u MN bit će prema količini *mn* kao masa čitave veće kugle prema čitavoj manjoj, dakle kao kub većeg promjera prema kubu manjega. Budući da se stoga sila kojom se privlači točka A odnosi upravo kao količina tvari i obrnuto kao četvrta potencija udaljenosti, koje se udaljenosti isto tako odnose kao promjeri kugala, bit će i sila na dio MN prema sili na dio *mn* upravo kao treća potencija većeg polumjera prema trećoj potenciji manjeg polumjera i obrnuto kao njezina četvrta potencija. Dakle, ostat će jednostavan obrnut omjer polumjera.

66. Minor erit igitur actio singularum particularum homologarum MN, quam *mn*, in ipsa ratione radorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota sphaera ABE, quam a sphaera Abe, quod est absurdum, cum attractio in eam sphaeram minorem debeat esse pars attractionis in sphaeram majorem, quae continet minorem, cum magna materiae parte sita extra ipsam usque ad superficiem sphaerae majoris; unde concluditur esse partem majorem toto, maximum nimirum absurdum. Et quidem in altioribus potentiis multo major est is error; nam generaliter si vis sit reciproce, ut R^m , posito R pro radio, et *m* pro quovis numero ternarium superante, erit attractio sphaerae eodem argumento reciproce, ut R^{m-3} , quae eo majorem indicat vim in sphaeram minorem respectu majoris ipsam continentis, quo numerus *m* est major.

67. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima absurda in variis generibus attractionum, quae si repulsionem, in minimis distantis habeantur pares extinguendae velocitati cuilibet utcumque magnae, cessant illico omnia, cum eae repulsionem mutuuum accessum, ac concursum penitus impediunt. Inde autem manifesto iterum consequitur, repulsionem in minimis distantis praefereudas potius esse attractioni, ex quarum variis generibus tam multa absurda consequuntur.

Fig. 9. 68. Hisce aliquanto fusius expositis veniamus jam ad curvam lineam, vel analyticam formulam, quae debeat respondere in nostra theoria legi virium in natura existentium. Curvam ejusmodi exhibet *fig. 9*. Ejus axis est C'C, abscissarum origo in A, unde prodit recta AB indefinita axi perpendicularis cui ordinatae debent esse parallelae. Ipsum autem curvae ductum exhibet hinc quidem DEFGHIKLMNOPQRSTV; inde vero D'E'F'G' etc. Ejus primus arcus ED ad partes D in infinitum accedet ad rectam AB, quin unquam cum ea congruat, quam idcirco habebit pro asymptoto; versus E autem perpetuo recedet ab ipsa BA, ac accedet ad axem, quem secabit alicubi in E, tum in aliis quamplurimis punctis G, I, L, N, P etc., hinc, et inde sinuata per F, H, K etc., arcu quodam satis remoto TV fere

66. Stoga će djelovanje pojedinih homolognih čestica MN biti manje negoli mn u samom omjeru polumjera, pa će prema tome čitava kugla ABE manje privlačiti točku A negoli kugla Abe, što je besmisleno jer privlačenje prema onoj manjoj kugli mora biti dio privlačenja prema većoj kugli koja sadrži manju s velikim dijelom tvari smještenim izvan nje sve do plohe veće kugle. Otud se zaključuje da je dio veći od cjeline, što je daka-ko ponajveća besmislica. I doista, u slučaju viših potencija ta je zabluda mnogo veća. Općenito, naime, ako je sila obrnuto razmjerna s R^m , gdje R označava polumjer, a m bilo koji broj veći od tri, privlačenje kugle zbog istog argumenta bit će obrnuto razmjerno s R^{m-3} , što označava tim veću silu prema manjoj kugli s obzirom na veću koja nju samu sadrži što je broj m veći.

67. Na taj se način nailazi na brojne besmislice u različitim vrstama privlačenja koja, ukoliko kod najmanjih udaljenosti postoje odbijanja sposobna poništiti svaku bez obzira kako veliku brzinu, ondje odmah prestaju jer ta odbijanja u potpunosti priječe uzajamno primicanje i susret. Stoga još jednom očigledno slijedi da su kod najmanjih udaljenosti daleko prihvatljivija odbijanja negoli privlačenje iz čijih različitih vrsta proizlaze tolike besmislice.

68. Nakon što smo to malo opširnije izložili, sad dolazimo do zakrivljene crte ili analitičke formule, koja bi u našoj teoriji morala odgovarati zakonu sila koje postoje u prirodi. Takvu krivulju prikazuje *sl. 9*. Njezina os je C'C, ishodište apscise je u A, odakle izlazi neograničen pravac AB okomit na os kojemu ordinate trebaju biti paralelne. Sam je tok krivulje s jedne strane prikazan s DEFGHIJKLMNOPQRSTV, a s druge D'E'F'G' itd. Njezin prvi luk ED prema strani D beskonačno se približava pravcu AB a da se nikada ne spoje, pa će ga stoga luk imati za asimptotu. Ali idući prema E, luk se stalno udaljava od AB i približava se osi koju siječe negdje u E, a zatim u ostalim brojnim točkama G, I, L, N, P itd., pritom vijugajući prolazi kroz F, H, K itd. i nekim dovoljno udaljenim lukom TV koji se gotovo podudara s nekim lukom koji bi os AC imao za asimptotu i

coincidente cum quodam habente axem AC pro asymptoto, et jacente ad partes oppositas respectu axis ipsius iis, ad quas jacet arcus asymptoticus ED. Abscissae, ut Aa, Ac, Ax, Ae expriment distantias binorum punctorum a se invicem; ordinatae ag, xX jacentes ad partes primi cruris asymptotici ED expriment vires repulsivas, ordinatae autem jacentes ad partes oppositas cu, eh, expriment vires attractivas. Ipsa debet perpetuo recedere ab asymptoto AB, ut nulli puncto axis correspondere possint ordinatae plures, quemadmodum uni cuique distantiae una tantummodo respondet vis. Primum crus debet esse asymptoticum, ut decrescentibus in infinitum abscissis Ab, Aa, ordinatae bt, ag in infinitum crescant, quemadmodum imminutis in infinitum distantiiis crescunt vires repulsivae in infinitum. Sed debent ordinatae ejusmodi crescere in ratione abscissarum reciproca non minore quam simplici. Nam illud in sublimiore Geometria demonstratur, si ordinatae crescant in ratione abscissarum minore quam reciproca simplici, ut in subduplicata, subtriplicata, et ita porro, esse aream BAED finitam; si autem crescant in simplici, vel majore, ut duplicata, triplicata, et ita porro, fore infinitam; illud autem in Mechanica, ubi abscissae expriment spatia, ordinatae autem vires, quae agant in singulis eorum spatiorum punctis, aream, quam ordinatae illae veluti pertegunt, exprimere incrementum vel decrementum quadrati velocitatis. Quare ut vires repulsivae cruris asymptotici ED sint pares extinguendae velocitati cuivis, utcumque magnae, debet area asymptotica BAED esse infinita, quae, ut infinita sit, debet ordinata decrescere in ratione reciproca non minore, quam simplici.

69. Succedet series arcuum EFG, GHI, IKL etc., quorum primus erit attractivus, secundus repulsivus, tertius attractivus, et ita porro alternatim, cum suis limitibus E, G, I, L etc., in quorum primo fiet transitus a vi repulsiva ad attractivam, in secundo ab attractiva ad repulsivam, in tertio iterum a repulsiva ad attractivam, et ita porro alternatim. Hi expriment illas vires in exiguis distantiiis jam attractivas jam repulsivas.

koji leži sa suprotne strane s obzirom na samu os u odnosu na onu stranu na kojoj se nalazi asimptotski luk ED. Apscise kao što su Aa , Ac , Ax , Ae izražavat će međusobne udaljenosti dviju točaka. Ordinate ag , xX koje leže na strani prvog asimptotskog kraka ED izražavat će odbojne sile, a ordinate cu , eh koje leže na suprotnoj strani izražavat će privlačne sile. Sama će se krivulja morati stalno udaljavati od asimptote AB tako da nijednoj točki osi ne može odgovarati više ordinata, tako da jednoj udaljenosti odgovara samo jedna sila. Prvi će krak morati biti asimptotski kako se apscise Ab , Aa smanjuju u beskonačnost, a ordinate bt , ag rastu u beskonačnost, kao što pri beskonačnom smanjivanju udaljenosti beskonačno rastu odbojne sile. Međutim, takve će ordinate morati rasti u obrnutom omjeru apscisa ne manjem od jednostavnoga. Naime, u višoj se geometriji dokazuje da ako ordinate rastu u omjeru apscisa manjem od obrnutog jednostavnog omjera, kao u obrnutom omjeru kvadrata, kuba itd., onda je i površina BAED konačna. Ako pak rastu u obrnuto linearnom omjeru ili većem, kao kvadratnom, kubnom itd., onda će i površina biti beskonačna. A u mehanici, gdje apscise izražavaju prostorne udaljenosti, a ordinate sile koje djeluju u pojedinim točkama prostora, površina koju te ordinate prekrivaju izražava porast ili opadanje kvadrata brzine. Stoga da bi odbojne sile asimptotskog kraka ED bile kadre poništiti bilo koju brzinu, ma kako ona velika bila, morat će asimptotska površina BAED biti beskonačna, a da bi se to postiglo, ordinata će se morati smanjivati u obrnutom omjeru koji neće biti manji od linearnoga.

69. Uslijedit će niz lukova EFG, GHI, IKL itd., od kojih će prvi biti privlačan, drugi odbojan, treći privlačan i tako naizmjenice, sa svojim granicama E, G, I, L itd. U prvoj od tih granica događat će se prijelaz iz odbojne u privlačnu silu, u drugoj iz privlačne u odbojnu i tako dalje naizmjenice. Te će granice izražavati sile na malim udaljenostima, bile one sad privlačne, sad odbojne.

70. Habebitur demum arcus quidam ex parte attractiva TV proxime accedens ad arcum hyperbolicum habentem ordinatas in ratione reciproca duplicata abscissarum, qui attractionem decrescentem exhibeat in ratione eadem reciproca duplicata distantiarum, qualem Keplerianae leges Newtono exhibuerunt in Planetis, et Cometis. Dicimus autem proxime accedat ad ejusmodi arcum. Nam illud censemus gravitatem generalem non esse accurate, sed tantum proxime in ratione reciproca duplicata distantiarum.

71. In eam sententiam nos adducit simplicitas summa, quam in primis elementis affectat Natura, quae illud nobis suadet, unicam esse, et communem omnibus materiae punctis viri-um legem. Simplicitatem esse id, quod Natura debeat sibi proponere in suis operibus, arbitramur nulla Metaphysica ratione evinci posse, quod facile sibi persuadebit, qui tantam in ea etiam Mundi particula, quae nobis est nota, varietatem rerum intueamur. Indoles ejus ab ipsis ejus operibus exquirenda est. Ea vero nobis indicant ejusmodi ingenium, ut in elementis rerum primis summam simplicitatem affectet, in compositione varietatem summam. In quam pauca enim elementa resolvunt Chymici substantias adeo multas? Cum analysi per ignem potissimum instituta videamus deveniri ad principia adeo pauca, et inter se conformia; an non illud est pronum credere, si alia praesidia ad ulteriorem analysim perficiendam haberemus, ad simpliciora adhuc, et ad unicum etiam deveniri posse? Sic qui libri alicujus sanguine conscripti analysim instituat, videbit componi ipsum ex certo vocum saepe etiam repetitarum numero, componi voces ex pauciore numero litterularum multo frequentius repetitarum, quae licet nudo oculo videantur prorsus dissimiles, adhuc tamen ope microscopii apparent constantes e rubicundis globulis ad sensum prorsus similibus (ex quibus nimirum constat rubicunda sanguinis substantia), et solum diverso ordine dispositis.

72. Hinc censemus unicam curvam lineam continuam exprimere simplicium elementorum vires, cujus ordinatae cum in

70. Napokon će se s privlačne strane dobiti neki luk TV vrlo blizu primaknut hiperboličnom luku, čije su ordinate obrnuto razmjerne kvadratu apscisa i koji izražava privlačenje koje se smanjuje u istom obrnuto razmjernom omjeru kvadrata udaljenosti kakvo je Newton izveo iz Keplerovih zakona za planete i komete. Rekli smo pak da se on najviše približava takvom luku. Naime, držimo da opća gravitacija nije točno, nego samo približno obrnuto razmjerna kvadratu udaljenosti.

71. Na to nas mišljenje navodi krajnja jednostavnost kojoj u prvim počelima teži priroda, koja nas uvjerava da postoji jedincat zakon sila zajednički svim točkama tvari. Da je jednostavnost to što priroda mora iznositi u svojim djelima, mislimo da se ne može pobiti nikakvim metafizičkim razlogom, u što će se lako uvjeriti onaj tko promotri toliku raznolikost stvari čak i u ovom djeliću svijeta koji je nama poznat. Njezin karakter treba tražiti iz samih njezinih djela. Ona nam uistinu pokazuju takvu narav da u prvim počelima stvari teži za krajnjom jednostavnošću, a u njihovu sastavljanju za krajnjom raznolikošću. U koliko, naime, malo počela kemičari razlažu toliko mnogo supstancija? Budući da analizom pomoću vatre ponajviše vidimo da se sve što je složeno svodi na načela toliko malobrojna i međusobno slična, zar se ne nameće pomisao da bi se moglo doći i do još jednostavnijih, pa čak i do jednog jedinog, kad bismo imali druga uporišta za provođenje daljnje analize? Tako će onaj tko poduzme analizu neke knjige napisane krvlju, vidjeti da je sastavljena od određenog broja često ponavljanih riječi, da se te riječi sastoje od manjeg broja mnogo češće ponavljanih slova koja se, premda golim okom izgledaju potpuno različita, ipak uz pomoć mikroskopa javljaju kao satkana od crvenih kuglica, potpuno sličnih za osjetilo (od tih je kuglica očito sastavljena crvena supstancija krvi), samo raspoređenih drugačijim redom.

72. Zbog toga smatramo da samo jedna jedina zakrivljena i neprekinuta crta izražava sile jednostavnih počela, a njezine ordinate u neznatnim udaljenostima odstupaju od obrnute razmjernosti kvadrata udaljenosti i nikad mu ne mogu potpuno

exiguis distantiiis; usque adeo abludant a ratione reciproca duplicata distantiarum, nusquam habere eam possunt accurate; cum nimirum binae curvae certa natura praeditae nullo utcumque exiguo arcu aut cum recta, aut inter se perfecte congruere possint. Possumus quidem concipere Hyperbolam illam, in qua ordinatae accurate sint in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum aliam curvam, cujus ordinatae conjunctae cum ordinatis ipsius exhibeant ordinatas nostrae curvae, et nostram in hasce duas resolvere, ac dicere omnia materiae puncta habere gravitatem accurate decrescentem in ratione reciproca duplicata distantiarum, et praeterea vim aliam quandam expressam per hanc novam curvam, quae vis in magnis Planetarum distantiiis esset ad sensum nulla, in minoribus, ubi nostra curva habet attractiones, esset minor attractiva, vel etiam repulsiva; ubi nostra habet repulsionem, esset repulsiva tanto major, quantum requirit illa gravitatis generalis attractio elidenda. Eodem pacto haec nova curva posset resolvi in duas, quarum altera soli impenetrabilitati satisfaceret, altera cum ea conjuncta priorem illam novam componeret, atque ita porro possent concipi plurimae curvae, in quas illa nostra resolveretur, et quarum alia gravitati, alia aliis affectionibus responderet; ut etiam curvae, quae ex conjunctione plurium punctorum in massulam consequuntur, suis vocabulis nominari possent, ut haberetur sua curva pro elasticitate, sua pro fluiditate, et ita porro. Sed ista omnia ex nostra consideratione profluerent, et in simplicibus elementis unicum, ac simplicissimum haberetur principium, unica lex, per unicum curvam expressa, in qua vis attractiva nusquam est accurate in ratione distantiarum reciproca duplicata. Nec nos quidquam movent Keplerianae leges, quae proxime, non accurate sunt verae, cum etiam a mutua Planetarum actione turbentur. Nec perfectio maxima quam in ratione reciproca duplicata distantiarum censuit haberi Mersertius, quod in ea particulae, et globi integri eadem lege agant in ratione reciproca duplicata distantiarum a centrīs, et quam voluit fuisse causam, cur hanc potissimum^b Deus legem

^b corr. ex: potissimum

točno odgovarati. To je zato što se dvije krivulje određene prirode ne mogu podudarati ni s jednim ma kako malim lukom ili s pravcem ili međusobno. Doista, možemo zamisliti onu hiperbolu čije su ordinate obrnuto razmjerne kvadratu udaljenosti, a zatim drugu krivulju čije ordinate povezane s ordinatama hiperbole izražavaju ordinate naše krivulje, te tu našu rastaviti na ove dvije i reći da sve točke tvari imaju težu koja se smanjuje točno u obrnutoj razmjernosti s kvadratom udaljenosti, a povrh toga i neku drugu silu izraženu tom novom krivuljom. Ta bi sila u velikim udaljenostima planeta za osjetilo bila nula, a u manjima, gdje je naša krivulja privlačna, bila bi manje privlačna ili čak odbojna. Gdje je naša krivulja odbojna, bila bi odbojna i onoliko veća koliko bi zahtijevalo da se izbjegne ona privlačnost opće gravitacije. Na isti se način i ta nova krivulja može rastaviti u dvije, od kojih bi jedna udovoljavala samo neproničnosti, a druga, povezana s njome, sastavljala bi onu pret hodnu novu i tako bi se mogle dalje zamišljati brojne krivulje u koje bi se naša krivulja rastavljala i od kojih bi jedna odgovarala teži, a druga ostalim svojstvima. Jednako bi se tako krivulje koje bi slijedile iz spajanja više točaka u male mase mogle nazivati svojim nazivima tako da postoji vlastita krivulja za elastičnost, za fluidnost i tako dalje. Međutim, sve to proizlazi iz našeg promatranja i u jednostavnim se počelima nalazi jedincato i najjednostavnije načelo, jedinstven zakon, izražen jedinstvenom krivuljom na kojoj privlačna sila nikada nije točno obrnuto razmjerna kvadratu udaljenosti. I ništa nam ne smetaju Keplerovi zakoni, koji su približno, ali ne i potpuno istiniti jer ih remeti i uzajamno djelovanje planeta. Niti posvemašnja savršenost, za koju je Maupertuis mislio da postoji kao obrnuta razmjernost s kvadratom udaljenosti, jer da u njoj čestice i čitave kugle djeluju istim zakonom obrnute razmjernosti s kvadratom udaljenosti od središta za koju je htio da bude uzrok zbog kojeg je Bog ponajviše želio taj zakon. Naime, nikada se nećemo skloniti da povjerujemo da se određenje zakona prirode izvodi iz svršnih uzroka i to baš ovdje gdje je jasno da se taj zakon nikako ne čuva u nauku o magnetizmu, elektricitetu i

voluerit. Nam causis finalibus pro determinatione legum Naturae, nunquam inducere in animum poterimus, ut fidamus; et hic potissimum, ubi constat in Magneticis, in electricis, in elasticis eam legem nequaquam servari, non videmus, cur ipsa pro una gravitate necessario fuerit seligenda.

73. Quid autem ulteriori arcui accidat ultra V, ignoramus. Fortasse is iterum in distantia Fixarum axem secat, ut eae in limitibus quibusdam constitutae possint respective quiescere. Nam si id crus vere asymptoticum est, et in infinitum ex parte attractiva protenditur, materia omnis ad unionem tenderet, ad quam longo tempore omnino deveniret, nisi leges semel constitutae violarentur, adeoque natura ipsa ita constituta esset, ut per se ad interitum ruerent ipsae leges, quas ad ejus perennitatem a Divino Artifice constitutas esse arbitramur ita, ut, dum partes oriuntur, et pereunt, ipsa suis legibus perstare possit.

74. De arcu D'E'F'G' sito citra asymptotum AB possemus parum esse solliciti, cum distantia punctorum ob primam vim, et aream repulsivam in infinitum auctam, nunquam in negativam abire possit. Sed quoniam si crus TV accedat in infinitum ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, debet ipsi ex parte altera respondere crus simile itidem attractivum (nam distantiarum quadrata positiva manent, et cruri asymptotico ED omnino respondere debet ex lege continuitatis geometricae crus aliud ex infinito regrediens vel ex eadem, vel ex opposita parte) ita nostram determinabimus curvam, ut hinc, et inde ab asymptoto AB sit sui similis penitus, et aequalis.

75. Ut igitur jam deveniamus ad demonstrandam ejus simplicitatem, sit Prop. 1. *Probl. Invenire naturam curvae, cujus abscissis experimentibus distantias, ordinatae expriment vires mutatis distantiiis utcumque mutatas, et in datis quotcumque limitibus transeuntes e repulsivis in attractivas, ac ex attractivis in repulsivas; in minimis autem distantiiis repulsivas, et*

elastičnosti, pa ne vidimo zašto bi ga nužno trebalo izabrati za gravitaciju.

73. Što se pak događa daljnjem luku iza V , ne znamo. Možda on ponovno na udaljenosti zvijezda stajačica siječe os tako da one, našavši se na nekim granicama, shodno tomu mogu mirovati. Naime, ako je onaj krak uistinu asimptotski i s privlačne se strane proteže u beskonačnost, sva bi tvar težila k spajanju i do njega bi nakon dugog vremena u potpunosti i došlo kada to ne bi priječili jednom uspostavljeni zakoni. Prema tome tako je sastavljena i sama priroda, da bi se po sebi srušili u propast zakoni koje je za njezinu vječnost Božanski Tvorac, kako mislimo, postavio tako da dok se dijelovi rađaju i propadaju sama može ostati u svojim zakonima.

74. Što se tiče luka $D'E'F'G'$ postavljenog s druge strane asimptote AB , ne trebamo brinuti, jer udaljenost točaka, zbog prve sile i odbojne površine koja se povećava do u beskonačnost, nikada ne može prijeći u negativnu. Međutim, s obzirom na to da se krak TV približava beskonačnosti u skladu s obrnutom razmjernosti kvadrata udaljenosti, i njemu će s druge strane morati odgovarati sličan krak isto tako privlačan (naime kvadrati udaljenosti ostaju pozitivni, pa asimptotskom kraku ED u potpunosti mora po zakonu geometrijskog kontinuiteta odgovarati drugi krak koji se iz beskonačnosti vraća bilo s iste, bilo sa suprotne strane). Tako ćemo odrediti našu krivulju da s obje strane asimptote AB bude sebi potpuno slična i jednaka.

75. Da stoga već jednom dođemo do dokazivanja njezine jednostavnosti, neka se postavi tvrdnja 1. Problem: *Naći prirodu krivulje kod koje će, uz apscise koje izražavaju udaljenosti, ordinate izražavati sile koje će biti promijenjene kako se mijenjaju udaljenosti, i u proizvoljnom broju granica prelaze od odbojnih u privlačne, te tako rastu da su sposobne poništiti svaku brzinu ma koliko ona bila velika.* Budući da smo postavili da se sile mijenjaju s promjenom udaljenosti, tvrdnja obuhvaća i

ita crescentes, ut sint pares extinguendae cuicumque velocitati utcumque magnae. Quoniam posuimus mutatis distantii utcumque mutatas, complectitur propositio etiam rationem illam, quae ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum accedat, quantum libuerit in quibusdam satis magnis distantii, ac generalem exprimat gravitatem.

76. Porro hae sex conditiones requirentur, et sufficient ad habendam curvam, quam quaerimus. Primo ut sit regularis, ac simplex, et non composita ex aggregato arcuum diversarum curvarum. Secundo ut secet axem C'AC tantum in punctis quibusdam datis ad binas distantias AE', AE; AG', AG, et ita porro, aequales hinc, et inde quotcumque. Tertio, ut singulis abscissis respondeant singulae ordinatae. Quarto, ut sumptis abscissis aequalibus hinc, et inde ab A respondeant ordinatae aequales. Quinto, ut habeant rectam AB pro asymptoto, area asymptotica BAED existente infinita. Sexto, ut arcus binis quibuscumque intersectionibus terminati possint variari, ut libuerit, et ad quascumque distantias recedere ab axe C'AC, ac accedere ad quoscumque quarumcumque curvarum arcus quantum libuerit, eos secando, vel tangendo, vel osculando, quocumque osculi genere in punctis earum datis quotcumque, et quibuscumque.

77. Ut hasce conditiones impleamus, formulam inueniemus algebraicam, quae ipsam continebit legem nostram. Sed hic elementa communia vulgaris Cartesianae algebrae supponemus, ut nota, sine quibus res omnino confici nequaquam potest. Dicitur autem ordinata y , abscissa x , ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AE, AG, AI etc. valores cum signo negativo, et summa quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a , summa productorum e binis quibusque quadratis b , summa productorum e ternis c , et ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f . Numerus eorundem valorum dicatur m . His positis ponatur $z^m + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ etc. $+ f = P$. Si ponatur $P = 0$, patet aequationis ejus omnes radices fore reales, et positivas, nimirum sola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI etc., qui erunt

onaj omjer koji se približava obrnutom kvadratu udaljenosti u nekim proizvoljnim, dovoljno velikim udaljenostima i izražava opću gravitaciju.

76. Dalje je potrebno ovih šest uvjeta dostatnih za postojanje krivulje koju tražimo. Prvo, da bude pravilna i jednostavna a ne sastavljena od skupine lukova različitih krivulja. Drugo, da siječe os $C'AC$ samo u nekim točkama zadanimi za po dvije udaljenosti AE' i AE , AG' i AG i tako dalje, jednake s obje strane. Treće, da pojedinim apscisama odgovaraju pojedine ordinate. Četvrto, da određenim apscisama s obje strane A odgovaraju jednake ordinate. Peto, da imaju pravac AB za asimptotu dok asimptotska površina $BAED$ postoji kao beskonačna. Šesto, da lukovi omeđeni bilo kojim dvama sjecištima mogu po volji varirati i udaljavati se do bilo kojih udaljenosti od osi $C'AC$ i približavati se proizvoljno bilo kojim lukovima bilo kojih krivulja, sijekući ih, dodirujući ili priljubljujući se bilo kojom vrstom priljublivanja u koliko god zadanih točaka i u kojim god od njih.

77. Da bismo ispunili te uvjete, naći ćemo algebarsku formulu koja će sadržavati sam naš zakon. Međutim, ovdje ćemo kao poznata pretpostaviti zajednička počela obične Descartesove algebre, bez kojih se stvar uopće ne bi mogla dovršiti. Neka se ordinata zove y , apscisa x i neka se postavi da je $xx = z$. Uzmimo vrijednosti svih AE , AG , AI itd. s negativnim predznakom i zbroj kvadrata svih tih vrijednosti neka se zove a , zbroj umnožaka iz tih kvadrata uzetih po dva puta b , zbroj umnožaka uzetih po tri puta c , i tako dalje. Umnožak pak svih neka se zove f . Broj istih vrijednosti neka se zove m . Kad se to tako postavilo, neka se stavi da je $z^m + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ itd. ... + $f = P$. Ako se postavi da je $P = 0$, jasno je da su svi korijeni te jednadžbe realni i pozitivni, dakle samo oni kvadrati količina AE , AG , AI itd. koji će biti vrijednosti samog z ; pa prema tome, budući da zbog $xx = z$ vrijedi $x = \pm\sqrt{z}$, jasno je da će vrijednosti x kao AE , AG , AI , biti pozitivne, a AE' , AG' itd. negativne.

valores ipsius z ; adeoque cum ob $xx = z$, sit $x \pm \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI positivas, quam AE', AG' etc. negativas.

78. Deinde sumatur quaecunque quantitas data per z , et constantes quomodocumque, dummodo non habeat ullum divisorem comunem cum P, et evanescente z , eadem evanescat, ac facta x infinitesima ordinis primi, evadat infinitesima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quaecunque formula $z^r + gz^{r-1} + bz^{r-2}$ etc. + l , quae posita = 0 habeat radices quotcunque imaginarias, et quotcunque, et quascunque reales (dummodo earum nulla sit ex iis AF, AG, AI etc. sive positiva, sive negativa), si deinde tota multiplicetur per z . Ea dicatur Q.

79. Si jam fiat $P - Qy = 0$, dico hanc aequationem satisfacere reliquis omnibus hujus curvae conditionibus, et rite determinato valore Q, posse infinitis modis satisfieri etiam postremae conditioni expositae sexto loco.

80. Nam in primis, quoniam valores P, et Q positi = 0 nullam habent radicem communem, nullum habebunt divisorem communem. Hinc haec aequatio non potest per divisionem reduci ad binas, adeoque non est composita ex binis aequationibus, sed simplex; et proinde simplicem quandam curvam continuam exhibet, quae ex aliis non componitur. Quod erat primum.

81. Deinde curva hujusmodi secabit axem C'AC in iis omnibus, et solis punctis E, G, I etc., E', G' etc. Nam ea secabit axem C'AC solum in iis punctis, in quibus $y = 0$, et secabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y = 0$, erit et $Qy = 0$, adeoque ob $P - Qy = 0$, erit $P = 0$. Id autem continget solum in iis punctis in quibus z fuerit una e radicibus aequationis $P = 0$, nimirum, ut supra vidimus, in punctis E, G, I, vel E', G', I' etc. Quare solum in his punctis evanescet y , et curva axem secabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P = 0$. Quare erit etiam $Qy = 0$. Non erit autem $Q = 0$, cum nulla

^c corr. ex: $gz^{r-1} bz^{r-2}$

78. Neka se zatim uzme bilo koja količina zadana pomoću z i konstanti na koji god način, samo ako nema nijednog zajedničkog djelitelja s P i da ne iščezne kada iščezne z , a kada x postane infinitezimal prvog reda proizići će infinitezimal istog reda ili nižeg, kao što će neka formula $z^r + gz^{r-1} + bz^{r-2}$ itd. + l ako se pomnoži sa z i za koju se stavi da je $= 0$ imati koliko god imaginarnih i koliko kod i kakvih god realnih korijena (samo da nijedan od njih nije od onih AE, AG, AI itd. bilo da su pozitivne, bilo negativne). Ona neka se zove Q.

79. Ako je već $P - Qy = 0$, onda kažem da ta jednadžba udovoljava svim ostalim uvjetima te krivulje i uz pravilno određenu vrijednost Q može se na beskonačno mnogo načina udovoljiti i posljednjem uvjetu koji je izložen na šestom mjestu.

80. Ponajprije zato što vrijednosti P i Q postavljene kao $= 0$ nemaju nikakav zajednički korijen te neće imati ni zajedničkog djelitelja. Stoga se ta jednadžba ne može dijeljenjem svesti na dvije, pa prema tome nije ni sastavljena od dviju jednadžbi, nego je jednostavna. Stoga izražava neku jednostavnu neprekinutu krivulju koja nije sastavljena od drugih. To je bilo prvo.

81. Zatim, takva će krivulja sjeći os C'AC u svim onim i samo onim točkama E, G, I itd., E', G' itd. Naime, ona će sjeći os C'AC samo u onim točkama u kojima je $y = 0$ i to u svima. Nadalje, gdje bude $y = 0$, bit će i $Qy = 0$, pa prema tome zbog $P - Qy = 0$ bit će i $P = 0$. To se pak događa samo u onim točkama u kojima je z jedan od korijena jednadžbe $P = 0$, dakako, kako smo gore vidjeli, u točkama E, G, I, odnosno E', G', I' itd. Stoga će y iščeznuti samo u tim točkama i krivulja će sjeći os. A da će je sjeći u svim tim točkama jasno je iz toga što će u svima njima biti $P = 0$. Stoga će također biti i $Qy = 0$. Ipak, neće biti $Q = 0$, jer ne postoji zajednički korijen jednadžbi $P = 0$ i $Q = 0$. Stoga će vrijediti $y = 0$ i krivulja će sjeći os. To je bilo drugo.

sit radix communis aequationum $P = 0$, et $Q = 0$. Quare erit $y = 0$, et curva axem secabit. Quod erat secundum.

82. Praeterea, cum sit $P - Qy = 0$, erit $y = \frac{P}{Q}$. Determinata autem utcunque abscissa x , habebitur determinata quaedam z , adeoque et P , Q erunt unicae, et determinatae. Erit igitur etiam y unica, et determinata; ac proinde respondebunt singulis abscissis x singulae tantum ordinatae y . Quod erat tertium.

83. Rursus sive x assumatur positiva, sive negativa, dummodo ejusdem longitudinis sit, semper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P , quam Q erunt semper idem. Quare semper eadem y . Sumptis igitur abscissis x aequalibus hinc, et inde ab A , altera positiva, altera negativa, respondebunt ordinatae aequales. Quod erat quartum.

84. Si autem x minuatur in infinitum, sive ea positiva sit, sive negativa, semper^d z minuetur in infinitum, et evadet infinitesima ordinis secundi. Quare in valore P decrescent in infinitum omnes termini praeter y , quia omnes praeter eum multiplicantur per z , adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis secundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ augebitur in infinitum, ita ut evadat infinita ordinis secundi. Quare curva habebit pro asymptoto rectam AB , et area $BAED$ excrescet in infinitum, et si ordinatae y positivae assumantur, ad partes AB , et exprimant vires repulsivas, arcus asymptoticus ED jacebit ad partes ipsas AB . Quod erat quintum.

85. Patet igitur, utcunque assumpto Q cum datis conditionibus, satisfieri primis quinque conditionibus curvae. Jam vero potest valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat semper conditiones, cum quibus assumptus est. Ac proinde arcus curvae intercepti intersectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut

^d corr. ex: sempe

82. Povrh toga, s obzirom na to da je $P - Qy = 0$, bit će i $y = \frac{P}{Q}$. Ma kako bila određena apscisa x , postojat će nekakav određeni z , prema tome i P , Q bit će jednoznačan i određen. Stoga će i y biti jednoznačan i određen. Iz toga slijedi da će pojedinim apscisama x odgovarati samo po jedna ordinata y . To je bilo treće.

83. Ako se, opet, uzme da je x bilo pozitivan, bilo negativan, samo da je iste duljine, uvijek će i vrijednost $z = xx$ biti ista. Znači i vrijednosti kako P , tako i Q uvijek će biti iste. Stoga je i y uvijek isti. Dakle, uzmu li se apscise x jednake s obje strane A , jedna pozitivna, druga negativna, odgovarat će im jednake ordinate. To je bilo četvrto.

84. Ako se pak x beskonačno smanji, bilo da je pozitivan, bilo negativan, uvijek će se beskonačno smanjivati i z , te će postati infinitezimal drugog reda. Stoga će u vrijednosti P beskonačno opadati svi članovi izuzev y , jer se svi osim njega množe sa z , pa će dakle vrijednost P biti još uvijek konačna. Vrijednost pak Q , gdje je čitava formula pomnožena sa z , beskonačno će se smanjiti i postat će infinitezimal drugog reda. Stoga će se $\frac{P}{Q} = y$ beskonačno povećati, tako da će postati beskonačnost drugog reda. Stoga će krivulja za asimptotu imati pravu crtu AB , a površina $BAED$ porast će u beskonačnost i ukoliko se uzmu pozitivne ordinate y na strani AB , i ako one prikazuju odbojne sile, asimptotski luk ED ležat će na toj strani AB . To je bilo peto.

85. Dakle, jasno je da kakav da se god uzme Q uz zadane uvjete, zadovoljit će se prvih pet uvjeta krivulje. Sada se vrijednost Q može mijenjati na beskonačno mnogo načina tako da još uvijek ispunjava uvjete pod kojima je uzeta. A prema tome će se lukovi krivulje uzeti s (pre)sjecištima moći mijenjati na beskonačno mnogo načina tako da zadovolje prvih pet uvjeta same krivulje. Odatle slijedi da se mogu mijenjati i tako da zadovolje šesti uvjet.

primae quinque ipsius curvae condiciones impleantur; unde fit, ut possint etiam variari ita, ut sextam conditionem impleant.

86. Si enim dentur quotcunque, et quicumque arcus, quarumcunque curvarum, modo sint ejusmodi, ut ab asymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipsi asymptoto parallela eos arcus secet in pluribus, quam in unico puncto, et in iis assumantur puncta quotcunque, utcunque inter se proxima, poterit admodum facile assumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta transeat, et idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc semper curva transeat per eadem illa puncta.

87. Sit enim numerus punctorum assumptorum quicumque = r , et a singulis ejusmodi punctis demittantur rectae parallelae AB usque ad axem C'AC, quae debent esse ordinatae curvae quaesitae, et singulae abscissae ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur M_1, M_2, M_3 etc., singulae autem ordinatae N_1, N_2, N_3^e etc. Assumatur autem quaedam quantitas $Az^r + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} \dots + Gz$, quae ponatur = R. Tum alia assumatur quantitas T ejusmodi, ut evanescente z , evanescat quivis ejus terminus, et ut nullus sit divisor communis valoris P, et valoris R + T; quod facile fiet, cum innotescant omnes divisores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$, et Jam aequatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = 0$. Ponantur in hac aequatione successive M_1, M_2, M_3 pro x , et N_1, N_2, N_3 etc. pro y . Habebuntur aequationes numero r , quae singulae continebunt valores A, B, C... G, unius tantum dimensionis singulos, numero pariter r , et praeterea datos valores M_1, M_2, M_3 etc., N_1, N_2, N_3 etc., ac valores arbitrarios, qui in T sunt coefficientes ipsius z .

88. Per illas aequationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C... G, qui sunt pariter numero r , assumendo in prima aequatione, juxta methodos notissimas, et elementares, valorem A, et eum substituendo in aequationibus omnibus sequentibus, quo pacto habebuntur aequationes $r - 1$. Hae autem ejecto valore B, reducentur ad $r - 2$, et ita porro,

^e corr. ex: N'1, N'2, N'3

86. Zada li se, naime, koliko god i kakvih god lukova, kojih god krivulja, samo da su takvi da se neprestano udaljavaju od asimptote AB, dakle nikakav pravac paralelan sa samom asimptotom neće sjeći te lukove na više nego u jednoj jedinoj točki. Neka se na njima uzme koliko god točaka, ma kako međusobno bliskih, sasvim će se lako moći uzeti vrijednost P tako da krivulja prolazi kroz sve takve točke, a vrijednost će se moći na beskonačno mnogo načina mijenjati tako da još uvijek krivulja prolazi kroz one iste točke.

87. Neka, naime, bilo koji broj uzetih točaka bude $= r$ i neka se od pojedinih takvih točaka spuštaju prave crte usporedne s AB sve do osi C'AC, koje moraju biti ordinate tražene krivulje. Neka se pojedine apscise od A sve do takvih ordinata nazivaju M_1, M_2, M_3 itd., a pojedine ordinate N_1, N_2, N_3 itd. Uzmimo pak neku količinu $Az^r + Bz^{r-1} + Cz^{r-2} \dots + Gz$ i za nju stavimo $= R$. Neka se zatim uzme količina T takva da s nestajanjem z nestaje i bilo koji njezin član i da ne postoji nikakav zajednički djelitelj za vrijednost P i vrijednost $R + T$, što će biti lako kad se označe svi djelitelji količine P. Neka se stavi da je $Q = R + T$ i sad će jednadžba za krivulju biti $P - Ry - Ty = 0$. Neka se u tu jednadžbu jedan za drugim umeću M_1, M_2, M_3 itd. za x i N_1, N_2, N_3 itd. za y . Dobit će se broj r jednadžbi, a svaka će sadržavati također r vrijednosti A, B, C... G, svaku samo jedne dimenzije, a osim toga i zadane vrijednosti M_1, M_2, M_3 itd., N_1, N_2, N_3 itd., kao i proizvoljne vrijednosti koje su u T koeficijenti samog z .

88. Iz tih jednadžbi kojih je broj r vrlo će se lako odrediti one vrijednosti A, B, C... G, kojih je također broj r , uzimajući u prvu jednadžbu, prema vrlo poznatim i elementarnim metodama, vrijednost A i supstituirajući je u svim sljedećim jednadžbama na koji će se način dobiti $r - 1$ jednadžbi. One će se izbacivanjem vrijednosti B svesti na $r - 2$ i tako dalje, dok se ne dođe do jedne jedine jednadžbe. Nakon što se u njoj odredi vrijednost G, po toj će se samoj vrijednosti redom unatrag odrediti

donec ad unicam ventum fuerit; in qua determinato valore G , per ipsum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes praecedentes, singuli in singulis aequationibus.

89. Determinatis hoc pacto valoribus $A, B, C...$ G in aequatione $P - Ry - Ty = 0$, sive $P - Qy = 0$, patet positis successive pro x valoribus M_1, M_2, M_3 etc., debere valores ordinatae y esse successive N_1, N_2, N_3 etc.; ac proinde debere curvam transire per data illa puncta in datis illis curvis; et tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones praecedentes. Nam imminuta z ultra qualcumque limites, minuentur singuli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini singuli valoris T , qui ita assumpti sunt, et minuantur pariter termini valoris R , qui omnes sunt ducti in z ; et praeterea nullus erit communis divisor quantitatum P , et Q , cum nullus sit quantitatum P , et $R + T$.

90. Porro si bina proxima ex punctis assumptis in arcibus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad se invicem ultra quoscunque limites, et tandem congruere, factis nimirum binis M aequalibus, et pariter aequalibus binis N ; jam curva quaesita ibidem tanget arcum curvae datae; et si tria ejusmodi puncta congruant, eam osculabitur; quin immo illud praestari poterit, ut coeant quotlibuerit puncta, ubi libuerit, et habeantur oscula ordinis cujus libuerit, et ut libuerit sibi invicem proxima; arcu curvae datae accedente, ut libuerit, et in quibus libuerit distantis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, et tamen ipsa curva servante omnes illas 6 conditiones requisitas ad exponendam legem illam virium repulsivarum, ac attractivarum, et datos limites.

91. Cum vero adhuc infinitis modis variari possit valor T , infinitis modis idem praestari poterit; ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva simplex datis conditionibus satisfaciens.
Q. E. F.^f

^f Q. E. F., Quod Erit Faciendum

sve prethodne vrijednosti, svaka pojedina u pojedinoj jednadžbi.

89. Kad se na taj način odrede vrijednosti A, B, C... G u jednadžbi $P - Ry - Ty = 0$, odnosno $P - Qy = 0$, jasno je da stave li se za x redom vrijednosti M_1, M_2, M_3 itd., vrijednosti ordinate y moraju biti N_1, N_2, N_3 itd., da otuda dakle krivulja mora proći kroz te zadane točke u tim zadanim krivuljama. A ipak vrijednost Q još će uvijek imati sve prethodne uvjete. Naime, kad se z umanjuje iza bilo kojih granica, umanjiti će se i njegovi pojedini članovi preko ma kojih granica s obzirom na to da se umanjuju pojedini članovi vrijednosti T koji su tako uzeti i jednako se umanjuju članovi R koji su svi pomnoženi sa z . Osim toga neće postojati nijedan zajednički djelitelj količina P i Q , jer ne postoji nijedan zajednički djelitelj za količine P i $R + T$.

90. Nadalje, ako se zamisli da se dvije točke, koje su vrlo blizu jedna drugoj i nalaze se na lukovima krivulja na istoj strani osi, međusobno približavaju preko svih ma kojih granica i napokon se podudare, čineći dva jednaka M i isto tako dva jednaka N , tražena će krivulja na istom mjestu dodirivati luk zadane krivulje. A ako se podudare tri takve točke, onda će uz nju biti priljubljene. Dapače, moći će se predstaviti da se spoji koliko god mu drago točaka i postojat će priljubljanje (oskulacija) bilo kojeg reda ma kako točke bile blizu jedna drugoj; luk se zadane krivulje približava kako god i na koje god udaljenosti prema bilo kojim lukovima bilo kojih krivulja, a da ipak sama krivulja čuva svih onih šest uvjeta potrebnih za izražavanje onog zakona odbojnih i privlačnih sila, kao i zadane granice.

91. Budući da se vrijednost T doista može mijenjati još na beskonačno mnogo načina, ona će se moći doznati na beskonačno mnogo načina i stoga će se na beskonačno mnogo načina moći iznaći jednostavna krivulja koja udovoljava zadanim uvjetima. To je ono što je trebalo učiniti.

Korolar 1. Krivulja će moći dodirivati os $C'AC$ u kojim god točkama i u istim točkama istovremeno i dodirivati i sjeći, pa sto-

Coroll. 1. Curva poterit contingere axem C'AC in quot libuerit punctis, et contingere simul, ac secare in iisdem, ac proinde eum osculari quocumque osculi genere. Nam si binae quaevis e distantis limitum fiant aequales, curva contingeret rectam C'A, evanescente arcu inter binos limites; ut si punctum I abiret in L, evanescente arcu IKL, haberetur contactus in L, repulsio per arcum HI perpetuo decresceret, et in ipso contactu IL evanesceret, tum non transiret in attractionem, sed iterum cresceret repulsio ipsa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, si coeuntibus punctis LN, evanesceret arcus repulsivus LMN.

92. Si autem tria puncta coirent, ut LNP, curva contingeret simul axem C'AC, et ab eodem ibidem secaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem transitus ab attractione ad repulsionem, vel viceversa, adeoque verus limes.

93. Eodem pacto possunt congruere puncta 4, 5, quotcunque; et si congruat numerus punctorum par, habebitur contactus, si impar contactus simul, et sectio. Sed quo plura puncta coibunt, eo magis curva accedet ad axem C'AC in ipso limite, eumque osculabitur osculo arctiore.

Coroll. 2. In iis limitibus, in quibus curva secat axem C'AC, potest ipsa curva secare eundem in quibuscumque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partem A arcus curvae in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'AC non sit major recto; et ibidem potest aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocumque contactus, aut osculi genere: nimirum habendo in utrolibet casu radium osculi magnitudinis cujuscunque, et vel utcunque evanescentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

94. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quaruncunque, quas curva inventa potest vel contingere, vel osculari quocumque osculi genere, ex quibus definitus est valor R, possunt assumi arcus curvarum quaruncunque secantium axem

ga i oskulirati kojom god vrstom oskulacije. Naime, ako neke dvije udaljenosti granica postanu jednake, krivulja će dodirivati pravac $C'A$, dok će luk između dviju granica nestati, kao kad bi točka I otišla u L tako da nestane luk IKL . Postojao bi dodir u L , odbijanje bi se duž luka HI neprestano smanjivalo, a u samom bi dodiru IL nestalo, no tada ne bi prešlo u privlačenje, nego bi ponovno raslo samo odbijanje duž luka LM . Isto bi se pak događalo privlačenju ako bi pri susretu točaka LN nestao odbojni luk LMN .

92. Ako bi se pak susrele tri točke, kao LNP , krivulja bi istovremeno dodirivala os $C'AC$, koja bi u isto vrijeme sjekla tu krivulju i stoga bi u istoj točki dodira krivulja imala suprotnu zakrivljenost. Ondje bi se pak dogodio prijelaz od privlačenja u odbijanje ili obratno, i stoga bi tu bile prave granice.

93. Na isti se način može podudarati četiri, pet ili koliko god točaka, i ako se podudara parni broj točaka, onda će se dogoditi dodir, ako li neparan, istovremeno i dodir i presijecanje. A što se bude srelo više točaka, to će se više krivulja približavati osi $C'AC$ na samoj granici i oskulirat će je čvršćom oskulacijom.

Korolar 2. U onim granicama u kojima krivulja siječe os $C'AC$ sama je krivulja može sjeći pod bilo kojim kutovima i to tako da kut koji sa smjerom A tvori luk krivulje u stalnom udaljavanju od asimptote i u približavanju osi $C'AC$, ne bude veći od pravoga kuta. Krivulja može na istom mjestu dodirivati ili os ili pravac okomit na os, ili ga oskulirati bilo kojom vrstom dodira ili oskulacije, imajući naravno u kojem god slučaju polumjer oskulacije bilo koje veličine koji može bilo kako nestati ili otići u beskonačnost.

94. Naime, umjesto onih zadanih točaka na lukovima kojih god krivulja koje nađena krivulja može dodirivati ili oskulirati bilo kojom vrstom dodira ili oskulacije na osnovi kojih je utvrđena vrijednost R , mogu se uzeti lukovi kojih god krivulja koje sijeku os $C'AC$ pod bilo kojim kutovima, jedino što nijedna točka z' koja prethodi granici N , odnosno točka h koja slijedi, neće moći

C'AC in angulis quibuscunque: solum quoniam semper arcus curvae, ut $z'Nb$ debet ab asymptoto recedere, non poterit punctum ullum z' praecedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum h sequens ipsum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus AN z' , quem efficit ad partes A arcus $z'H$ in perpetuo recessu ab asymptoto appellens ad axem C'AC esse major recto.

95. Possunt autem arcus curvarum assumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut osculari, quocunque contactus, aut osculi genere, ut nimirum sit radius osculi magnitudinis cujuscunque, et vel utcunque evanescens, vel utcunque abjens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus et arcuri curvae inventae, quae ad eos arcus potest accedere, quantum libuerit, et eos contingere, vel osculari quocunque osculi genere in iis ipsis punctis.

96. Solum si curva inventa tetigerit in ipso limite rectam axi C'AC perpendicularem, debet simul ibidem eandem secare; cum debeat semper recedere ab asymptoto, adeoque debet ibidem habere flexum contrarium.

Scholium 1. Corollarium 1. Est casus particularis hujus *corollarii secundi*: ut patet: sed libuit ipsum seorsum diversa methodo et faciliore prius eruere.

Coroll. 2. Arcus curvae etiam extra limites potest habere tangentem in quovis angulo inclinatum ad axem, vel ei parallelam, vel perpendicularem, cum iisdem contactum, et osculorum conditionibus, quae habentur in corollario 2.

97. Demonstratio est prorsus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvae inventae potest accedere ubicunque, quantum libuerit, possunt habere ejusmodi conditiones.

Coroll. 4. Mutata abscissa per quodcunque intervallum datum, potest ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus, ipsa mutatione abscissae, et utcunque majus quantitate quacunque dana: ac si differentia abscissae sit infinitesima, et dicatur ordinis primi; poterit differentia ordina-

ležati iza tog istog N , jer se luk krivulje, kao $z'Nh$, uvijek mora udaljavati od asimptote. Zbog toga kut ANz' , koji na strani A tvori luk $z'H$, stalno se udaljujući od asimptote prilazeći osi $C'AC$, neće moći biti veći od pravog kuta.

95. Lukovi uzetih krivulja mogu pak u istim točkama dodirivati, odnosno oskulirati ili os ili pravac okomit na nju, bilo kojom vrstom dodira ili oskulacije, dakako tako da polumjer oskulacije bude bilo koje veličine ili da bilo kako nestaje ili odlazi u beskonačnost. Stoga se isto može dogoditi, kako smo nagovijestili, i luku nađene krivulje, koja se može približiti tim lukovima koliko god hoće i dodirnuti ih ili ih oskulirati bilo kojom vrstom oskulacije u samim onim točkama.

96. Jedino ako nađena krivulja bude u istoj granici dodirivala pravac okomit na os $C'AC$, morat će ga na istom mjestu sjeći. Budući da se uvijek mora udaljavati od asimptote, morat će, prema tome, na istom mjestu imati suprotnu zakrivljenost.

Skolij 1. Korolar 1. je, kako je očito, poseban slučaj tog drugog korolaru, ali je bilo zgodnije najprije njega riješiti odvojeno, različitom i lakšom metodom.

Korolar 3. Luk krivulje također može imati tangentu izvan granica nagnutu prema osi pod bilo kojim kutom ili s njom paralelnu ili okomitu na nju, s istim uvjetima dodira i oskulacija koji su postojali u korolaru 2.

97. Dokazivanje je potpuno isto: naime, zadani lukovi krivulja kojima se luk nađene krivulje može približavati bilo gdje i koliko god hoće, mogu imati ovakve uvjete.

Korolar 4. Ako se apscisa promijeni uslijed nekog razmaka, ordinata se može promijeniti za koji god drugi zadani razmak, bio on manji ili veći od promjene apscise i koliko god veći od bilo koje zadane količine. A ako je razlika apscise infinitezimalna i naziva se infinitezimalnom razlikom prvoga reda, razlika ordinate moći će biti bilo kojeg reda, odnosno kojeg god nižeg reda ili reda koji se nalazi u sredini između konačnih količina i količina prvog reda.

tae esse ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris, vel intermedii, inter quantitates finitas, et quantitates ordinis primi.

98. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R , potest curva transire per quotcunque, et quaecunque puncta, adeoque per puncta, ex quibus ductae ordinatae sint utcunque inter se proximae, et utcunque inaequales.

99. Patet secundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvae inventae, vel quas osculatur quocunque osculi genere, potest differentia abscissae ad differentiam ordinatae esse pro diversa curvarum Natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infinitesimae ordinis cujuscunque ad infinitesimam cujuscunque alterius.

Scholium 2. Illum notandum, ubicunque fuerit tangens curvae inventae inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abscissae ejusdem ordinis, ac est differentia ordinatae: ubi tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatae ordinis inferioris, quam sit differentia abscissae, et viceversa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

100. Praeterea notandum: si abscissa fuerit ipsa distantia limitis, quae vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatae erit ipsa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata sit nihilo aequalis.

Coroll. 5. Arcus repulsionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, possunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri potest, ut alii propiores asymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo sunt remotiores ab asymptoto, vel ut post aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longissime recedat.

101. Omnia manifesto consequuntur ex eo, quod curva possit transire per quaevis data puncta.

Coroll. 6. Potest curva ipsum axem $C'AC$ habere pro asymptoto ad partes C' , et C ita, ut arcus asymptoticus sit vel repu-

98. Prvo je jasno iz toga što ondje gdje se određuje vrijednost R , krivulja može proći kroz koliko god točaka i kroz koje god točke, pa stoga i kroz točke iz kojih su povučene ordinate ma kako međusobno bliske i ma kako nejednake bile.

99. Kao drugo je jasno: zbog toga što u krivuljama kojima se približava luk nađene krivulje, ili koja oskulira ma kojom vrstom oskulacije, razlika apscise prema razlici ordinate može biti za različite prirode krivulja u njihovim zadanim točkama u bilo kojem omjeru infinitezimalne količine bilo kojeg reda prema infinitezimalnoj količini kojeg god drugog reda.

Skolij 2. Treba naznačiti da gdje god tangenta nađene krivulje bude nagnuta pod konačnim kutom prema osi, razlika apscise bit će istog reda kojeg je razlika i ordinate. Gdje je tangenta paralelna s osi, razlika ordinate bit će nižeg reda negoli je razlika apscise i obratno u slučaju gdje je tangenta okomita na os.

100. Osim toga treba naznačiti i ovo: Ako apscisa bude jednaka samoj udaljenosti granice koja se kako god povećava ili smanjuje, razlika ordinate bit će sama cijela ordinata, jer je, naime, na granici ordinata jednaka nuli.

Korolar 5. Lukovi odbijanja ili privlačenja obuhvaćeni dvjema bilo kojim granicama mogu se udaljavati od osi koliko im drago, pa se stoga može dogoditi da se jedni, bliži asimptoti, udaljavaju manje negoli oni udaljeniji od asimptote, odnosno da se nekakvim redom tim manje udaljavaju od osi što su udaljeniji od asimptote ili da se nakon nekoliko lukova koji se manje udaljavaju neki luk udaljava veoma daleko.

101. Sve jasno slijedi iz toga što krivulja može prolaziti kroz koje god zadane točke.

Korolar 6. Krivulja za asimptotu može imati samu os $C'AC$ na stranama C' i C tako da asimptotski luk bude ili odbojan ili privlačan. I bilo koji luk obuhvaćen kojim god dvjema granicama može otići u beskonačnost i za asimptotu imati pravac okomit na os, ma kako pravac bio blizu ili daleko od bilo koje granice.

lсивus, vel attractivus; et potest arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro asymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

102. Nam si bini postremi limites concipiantur coire, abeuntibus binis intersectionibus in contactum, tum ipsa distantia contactus concipiatur excrescere in infinitum; jam axis aequivalet rectae curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit^g asymptotus: et si arcus evanescens inter postremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulsionis; postremus arcus asymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero si arcus evanescens fuerit arcus attractionis.

Fig. 9. 103. Eodem pacto si quaevis ordinata respondens puncto cuilibet, per quod debet transire curva, concipiatur abire in infinitum; jam arcus curvae abibit in infinitum, et erit ejus asymptotus illa ipsa ordinata in infinitum excrescens.

Scholium 3. Quatuor modis potest accidere, ut arcus curvae inventae alicubi abeat in infinitum, et habeat asymptotum parallelam priori asymptoto. Primo si vertex K ipsius arcus attractivi IKL recedat in infinitum ab I, et ex eadem parte redeat ad L, ut exhibet *fig. 10*, ubi KSR est asymptotus, et uterque arcus asymptoticus LK, KL est attractivus.

Fig. 9. 104. Secundo, ut eodem modo vertex M alicujus arcus repulsivi LMN *figurae 9*. recedat in infinitum ab L, et ex eadem parte redeat ad N, ut exhibet *fig. 11*. ubi MSR est asymptotus, et uterque arcus asymptoticus LM, MN est repulsivus.

Fig. 9. 105. Tertio ut pro aliquo limite N *figurae 9*, in quo ordinata sit nulla, et mutetur ordinarum directio, atque expressio repulsionum in expressionem attractionum, transeundo per zero, succedat ordinata infinita, et mutatio directionis fiat in transitu per infinitum. Eo casu arcus LM, et PO non flecterent cur-

^g corr. ex: aevadit

102. Ako se, naime, zamisli da se dvije krajnje granice poklapaju dok dva presjecišta idu prema dodiru, te se zamisli da sama udaljenost dodira raste u beskonačnost, tada je os jednaka pravcu koji dodiruje krivulju u beskonačno udaljenoj točki, pa je stoga asimptota. A ako luk koji nestaje između zadnje dvije granice koje se poklapaju bude luk odbijanja, posljednji će asimptotski luk biti luk privlačenja. Dakako, bit će obratno ukoliko luk koji nestaje bude luk privlačenja.

103. Ako se na isti način zamisli da bilo koja ordinata koja odgovara bilo kojoj točki kroz koju mora proći krivulja odlazi u beskonačnost, luk krivulje otići će u beskonačnost i njegova će asimptota biti sama ona ordinata koja raste u beskonačnost.

Skolij 3. Postoje četiri načina na koja se može dogoditi da luk iznađene krivulje bilo gdje ode u beskonačnost i ima asimptotu paralelnu prethodnoj. Prvo, ako se tjeme K samog privlačnog luka IKL udalji od I u beskonačnost i sa iste se strane vrati prema L, kako prikazuje *sl. 10*, gdje je KSR asimptota, a oba su asimptotska luka IK i KL privlačna.

104. Drugo, tako da se na isti način tjeme M nekog odbojnog luka LMN na *slici 9* udalji od L u beskonačnost i sa iste se strane vrati prema N, kako prikazuje *sl. 11*, gdje je MSR asimptota, a oba su asimptotska luka LM i MN odbojna.

105. Treće, tako da umjesto neke granice N na *slici 9* u kojoj je ordinata nula, a smjer se ordinata mijenja, odnosno izraz odbijanja u izraz privlačenja prelaženjem kroz nulu, uslijedi beskonačna ordinata i dogodi se promjena smjera u prijelazu kroz beskonačnost. U tom slučaju lukovi LM i PO ne bi savijali tok prema osi, niti bi se spajali u N, nego bi, kako prikazuje *sl. 12*, gdje je MNO asimptota, oba odlazili u beskonačnost, a nakon odbojnog luka LM, nakon te beskonačne udaljenosti M, slijedio bi privlačni luk OP, što doista na geometrijskim mjestima ne remeti neprekinutost, kao da se na onoj beskonačnoj udaljenosti točke MO spajaju pa beskonačni pravac postaje kao neka beskonačna kružnica koja se vraća u sebe. A to opažamo

sum versus axem, nec coirent in N, sed ut exhibet *fig. 12*, ubi MNO est asymptotus, abiret uterque in infinitum, et arcui LM repulsivo post infinitam illam distantiam M succederet attractivus OP, quod in locis Geometricis continuitatem nequaquam turbat, tanquam si in illa infinita distantia puncta MO coirent, et recta linea infinita, esset quidam veluti infinitus circulus in se regrediens; atque id et in Hyperbolarum asymptoticis cruribus cernimus, quod infiniti mysterium etiam supra innuimus.

F. 9. 106. Quarto, ut eodem modo pro aliquo limite L *figurae 9*, in quo arcus attractivus KL procedendo transit in repulsivum, succedat ordinata infinita: quo casu, ut exhibet *fig. 13*. esset asymptotus MLK, et arcui asymptotico attractivo IK succederet repulsivus MN.

F. 10. 107. Porro priores tres modos censemus in Natura non posse existere; quia in iis posset deveniri ad asymptotum, ubi vis deberet esse absolute infinita. Quantitates autem reales absolute infinitas, censemus existere omnino non posse, de quo egimus in Dissertatione de natura, et usu infinitorum, atque infinite parvorum, et plurima sane, quae vel omnino sunt, vel saltem apparent maxime absurda, et quae ex infinito, vel infinite parvo reali, absoluto, et in se determinato consequuntur, exposuimus pluribus in locis. Quod autem ad asymptotum in iis casibus deveniri possit, patet, quia, si altero puncto existente in A, existat alterum in *fig. 10*. inter L, et S, continua attractione abibit ad S; idem accidet in *fig. 11*. puncto existenti inter L, et S ob continuam repulsionem, idem in *fig. 12*. existenti inter L, et N itidem ob repulsionem, et inter N, et P ob attractionem. Nisi forte juxta eum arcum asymptoticum, qui exprimit vires urgentes punctum versus asymptotum, arcus urgens ad partem oppositam recedat ab axe tam longe, ut possit extinguere omnem velocitatem ab aliis arcubus genitam, et impedire, ne punctum deveniat ad limitem, in quo arcus asymptotus incipit, quo casu non sequeretur appulsus ad vim infinitam.

i na asimptotskim krakovima hiperbola, što smo gore također nagovijestili kao tajnu beskonačnosti.

106. Četvrto, tako da na isti način umjesto neke granice L na *sl. 9.* u kojoj privlačan luk KL idući dalje prelazi u odbojni i uslijedi beskonačna ordinata. U tom bi slučaju, kako prikazuje *sl. 13,* nastala asimptota MLK i nakon asimptotskog privlačnog luka IK slijedio bi odbojni MN. *13.*

107. Nadalje, mislimo da prva tri načina ne mogu postojati u *Sl. 10.* prirodi, jer se u njima može doći do asimptote ondje gdje bi sila morala biti sasvim beskonačna. A mislimo da uopće ne mogu postojati stvarne količine koje bi bile sasvim beskonačne, o čemu smo raspravljali u raspravi *O prirodi i uporabi beskonačnoga i beskonačno malenog* i na više smo mjesta iznijeli više toga što je u potpunosti besmisleno ili tako izgleda i što slijedi iz beskonačnog ili stvarno beskonačno malog, apsolutnog i u sebi određenog. A to što u tim slučajevima može dospjeti do asimptote, jasno je stoga što ako jedna točka postoji u A, postojat će druga kao na *sl. 10* između L i S, koja će stalnim privlačenjem otići u S. Isto će se na *sl. 11* dogoditi točki koja postoji između L i S zbog neprekidnog odbijanja; isto tako i točki koja na *sl. 12* postoji između L i N jednako tako zbog odbijanja, a između N i P zbog privlačenja. Osim ukoliko se iza tog asimptotskog luka koji izražava sile koje tjeraju točke prema asimptoti ne bi luk koji stremi prema suprotnoj strani udaljavao od osi toliko daleko da može poništiti svaku brzinu koja nastane od drugih lukova i spriječiti da točka ne dospije do granice u kojoj počinje asimptotski luk, u kom slučaju ne bi slijedilo približavanje prema beskonačnoj sili. *11.*
12.
13.

108. Samo u četvrtom slučaju, na *sl. 13,* u slučaju točke smještene između I i L postoji privlačenje, a kod one smještene između N i L odbijanje, pa se stoga u oba slučaja točka udaljava od L. Zaista, u tom se slučaju može dogoditi da se točka još mora primicati asimptoti u L, ako bi beskonačne površine IKL ili MNL postale konačne, u kojem bi se slučaju razmacima IL

108. Solum in quarto casu, in *fig. 13*, punctum positum inter I, et L habet attractionem, inter N, et L habet repulsionem: ac proinde recedit ab L in utroque casu. Fieri quidem posset, etiam in hoc casu, ut punctum adhuc debeat appellere ad asymptotum in L, si area IKL, vel MNL in infinitum producta, esset finita, quo casu per intervalla IL, NL non nisi finita tantum velocitas extingui posset. Idcirco ad hoc, ut hic casus possit existere, oportebit, ut ejusmodi area sit infinita, vel saltem major, quam summa reliquarum omnium arearum, quae possent producere velocitates puncti appellentis ad L, vel ad N. Et eadem conditio necessaria est in *fig. 11*. in area MLS, et in *fig. 10*. in KLS, definitis ab arcubus exprimentibus vires repellentes punctum a limite; si ii casus debeant posse existere in Natura.

109. Illud autem notandum in omnibus hisce casibus, ubi aliqua ex quantitatibus datis ingredientibus aequationem abit in infinitum; ipsam aequationem posse reddi simpliciore, omissis omnibus terminis, in quibus non invenitur illa quantitas infinita, et inter eos omnes, in quibus eadem invenitur, si alibi ad aliam dignitatem elevata sit, omissis iis omnibus, in quibus non est elevata ad maximam dignitatem, tum reliquis per eam divisis. Nam termini, qui per eam maximam dignitatem quantitatis infinitae non multiplicantur, respectu eorum qui multiplicantur evanescent, juxta notissimas, et elementares Algebrae regulas.

110. Ut autem, ubi binae radices aequationis $P = 0$ evaserint aequales congruentibus in *fig. 9*. binis limitibus curva axem secat, sic itidem si evadunt imaginariae, fieri potest, ut alicubi dum ad axem tendit retro cursum reflectat, ut in PpqrR. Sed haec innuisse sit satis. Potius ad uberiores ipsius curvae cognitionem considerabimus Naturam limitum, et motus qui consequuntur.

Propositio 2. Problema. Exponere diversam diversorum limitum Naturam, et motus, qui ex hujusmodi viribus consequi debent in binis punctis.

i NL mogla poništiti samo konačna brzina. Stoga će, da bi taj slučaj mogao postojati, biti potrebno da takva površina bude beskonačna ili barem veća negoli zbroj svih preostalih površina koje mogu proizvesti brzine točke koja se primiče k L ili k N. Isti je uvjet nužan i za površinu MLS na *sl. 11* i za površinu KLS na *sl. 10*, koje su određene lukovima što izražavaju sile koje točku odbijaju od granice, ako bi ti slučajevi morali moći postojati u prirodi.

109. U svim tim slučajevima treba naglasiti da kad neka od zadanih količina koje ulaze u jednadžbu ode u beskonačnost, sama se jednadžba može svesti na jednostavniju ukoliko se izostave svi članovi u kojima se ne nalazi ta beskonačna količina, a u svima onima u kojima se ona nalazi, ako se podigne na neku drugu vrijednost, a onda se, nakon što se izostave svi oni članovi u kojima nije podignuta na vrlo veliku vrijednost beskonačne količine, preostali s njom podijele. Naime, članovi koji se ne množe vrlo velikom vrijednošću beskonačne količine, s obzirom na ostale koji se množe, iščezavaju prema vrlo poznatim i osnovnim pravilima algebre.

110. Ali kad su dva korijena jednadžbe $P = 0$ jednaka, dok se na *sl. 9* dvije granice podudaraju, krivulja siječe os; isto tako, ukoliko su korijeni imaginarni, može se dogoditi da krivulja negdje drugdje, dok teži k osi, okrene svoj tok unatrag kao na $PpqrR$. Međutim, to je bilo dovoljno natuknuti. Za potpunije poznavanje same krivulje radije ćemo promotriti prirodu granica i gibanja koja slijede.

Tvrđnja 2. Problem. Izložiti različitu prirodu različitih granica, kao i gibanja koja u dvjema točkama moraju uslijediti iz takvih sila.

F. 10. 111. Limites superius perpellavimus ea puncta, in quibus curva secatur axem, in quibus nimirum nulla habetur ordinata, et in quibus ipsa ordinata mutat directionem. Sunt autem alii quidam, qui pariter possunt dici limites, in quibus vel ordinata est nulla, licet ibi ordinata non mutet directionem, quod accidit, quando curva axem tangit coeuntibus binis limitibus, et evanescente arcu inter ipsos binos limites; vel e contrario ordinata mutat directionem, licet ibi non evanescat, sed abeat in infinitum, ut accidit in puncto N in *fig. 12*, et L in *fig. 13*. Omittimus illa puncta, in quibus ordinata nec mutat directionem, nec evanescit, sed abeat in infinitum, ut in *fig. 10*, ac *11* in S, quibus non utimur.

F. 9. 112. Hoc pacto limitum tres classes erunt, et in singulis classibus erunt bina limitum genera. Primum genus limitum primae classis erit id, ubi aucta distantia, transitur a vi repulsiva ad attractivam, ut sunt in *fig. 9*. E, I, N: secundum genus id, ubi transitur a vi attractiva ad repulsivam, ut sunt G, L, P. Primum genus secundae classis est id, ubi evanescit arcus attractivus, ut IKL, coeuntibus I, L, in quo casu tam ante, quam post contactum habebuntur vires repulsivae: secundum genus id, ubi evanescit arcus repulsivus, ut LMN, coeuntibus L, N, in quo casu tam ante, quam post contactum habebuntur vires attractivae. Primum genus tertiae classis est illud, in quo transitur a vi repulsiva ad attractivam, ut in *fig. 12*. in N, secundum est illud, in quo transitur a vi attractiva ad repulsivam, ut in *fig. 13*. in L.

113. Incipiendo ab hisce postremis; limitum primi generis tertiae classis nullus esse potest usus; cum id juxta *Scholium 3*. propos. praecedentis vel non possit existere, vel si existit; punctum non possit deferri ad intervallum LP *fig. 12*. Secundi generis usus esse poterit maximus. Nam si ejusmodi limes extiterit ullus, puncta posita intra limites AL, nunquam poterunt ex iis egredi, et puncta posita extra ejusmodi limites, nunquam poterunt eos ingredi. Cum enim tam accedendo ad A in infinitum exerceatur vis repulsiva, quam accedendo ad L vis attrac-

111. Gore smo granicama nazivali one točke u kojima krivulja siječe os, dakle u kojima je ordinata nula i u kojima sama ordinata mijenja smjer. Postoje pak i neke druge, koje bi se isto tako mogle nazvati granicama, u kojima je ordinata nula, premda ondje ona ne mijenja smjer. To se događa kada krivulja dodiruje os u dvije granice koje srastaju i pritom luk između te dvije granice nestaje. Ili, naprotiv, ordinata mijenja smjer, premda ondje ne nestaje, nego odlazi u beskonačnost, kao što se događa u točki N na *sl. 12* i točki L na *sl. 13*. Ispuštamo one točke, u kojima ordinata ne mijenja smjer, niti nestaje, nego odlazi u beskonačnost, kao na *sl. 10* i *11* u S, kojima se ne koristimo.

Sl. 10.
11.
12.
13.

112. Na taj će način postojati tri skupine granica, a u pojedinim skupinama postojat će po dvije vrste granica. Prva vrsta granica prve skupine bit će ona kada nakon što se poveća udaljenost dolazi do prijelaza iz odbojne u privlačnu silu, kao što su na *sl. 9* E, I i N. Druga je vrsta kada se događa prijelaz iz privlačne u odbojnu silu, kao što su G, L i P. Prva je vrsta granica druge skupine ona u kojoj privlačni luk nestaje, kao IKL kada I i L srastu, a u tom će slučaju kako prije, tako i poslije dodira postojati odbojne sile. Druga je vrsta ona kada odbojni luk nestaje, kao LMN kada L i N srastu, a u tom će slučaju kako prije, tako i poslije dodira postojati privlačne sile. Prva je vrsta treće skupine ona u kojoj se događa prijelaz iz odbojne sile u privlačnu, kao na *sl. 12* u N, a druga je vrsta ona u kojoj se događa prijelaz iz privlačne sile u odbojnu, kao na *sl. 13* u L.

Sl. 9.

113. Počevši od tih posljednjih, od prve vrste granica treće skupine ne može biti nikakve koristi, jer ona po *skoliju 3.* prethodne tvrdnje ne bi mogla postojati, odnosno ako postoji, točka na *sl. 12* ne može prevaliti razmak LP. Druga je vrsta najkorisnija. Naime, ako postoji ijedna takva granica, točke smještene unutar granica AL nikada neće moći izići iz njih, a točke smještene izvan takvih granica, nikada neće moći ući među njih. Kako pri beskonačnom približavanju prema A djeluje odbojna sila, tako i približavanjem prema L privlačna sila, a obje se po-

tiva, utraque in infinitum aucta, et utraque par extinguendae cuicumque velocitati; puncta semel constituta in distantia minore, quam sit AL, et quibuscunque utcunque magnis velocitatibus agitata, nunquam poterunt aut alterum per alterius locum transire destructa omni distantia, aut majorem distantiam acquirere quam sit AL. Pariter utcunque magna velocitate alterum in alterum tendat, non poterit pervenire ad distantiam aequalem AL, vi repulsiva eum accessum impediente.

114. Si autem fuerint bini ejusmodi limites, et bina puncta ponantur in distantia quavis minore, quam sit distantia alterius a puncto A, et majore quam sit distantia alterius; eadem intra eosdem distantiarum limites necessario debebunt perseverare: ac si sint binae punctorum massae ita constitutae, ut singula alterius puncta sint intra ejusmodi distantiarum limites respectu punctorum alterius; poterunt quidem singularum massarum puncta habere motus alios quoscunque inter se, sed singularum puncta non poterunt egredi ex iis limitibus, nec una massa ad aliam accedere, vel ab ea recedere magis, quam pro iis ipsis limitibus, atque eo pacto posset per unicum punctum in maxima distantia situm massula quaequam contineri ita, ut dissolvi non posset ulla utcunque magna adhibita vi.

115. In limitibus secundae classis si ponantur bina puncta, ut earum distantia sit eadem, ac distantia ejusmodi limitis a puncto A; quiescent puncta ipsa, et eandem illam distantiam semper servabunt, nisi alia aliqua vi ab eadem distantia dimoveantur; sed in primo genere resistant imminutioni, in secundo genere augmento distantiae, et in primo quidem si minima quavis vi augeatur distantia, in secundo autem minuat, pergunt puncta sponte, ibi quidem recedere, hic autem accedere motu accelerato: cum nimirum in primo casu vel aucta, vel imminuta distantia habeatur repulsio, et in secundo attractio. Quin immo etiam vi utcunque parva impulsa in primo casu in se invicem accedent, et in secundo a se invicem recedent, sed extincta brevi velocitate retro reflectent cursum, et excurrent

većavaju u beskonačnost i obje su kadre poništiti svaku brzinu. Ni jedna točka jednom postavljena na udaljenosti manjoj od AL , i na koju se djeluje bilo kojom i kako god velikom brzinom, nikada neće moći prijeći preko mjesta one druge poništivši svaku udaljenost niti će moći postići veću udaljenost od AL . Isto tako, ma kako velikom brzinom težile jedna k drugoj, neće moći stići do udaljenosti jednake onoj AL , zato što će im odbojna sila priječiti primicanje.

114. Ako li pak postoje dvije takve granice i ako se dvije točke smjeste na nekoj manjoj udaljenosti negoli je udaljenost jedne točke od A , i na udaljenosti većoj negoli je udaljenost druge, njih će dvije nužno morati ustrajavati unutar istih granica udaljenosti. A ako su dvije mase točaka tako sastavljene da su pojedine točke jedne mase unutar granica takve udaljenosti s obzirom na točke druge mase, doista će točke pojedinih masa moći između sebe imati kakva god druga gibanja, međutim, točke pojedinih masa neće moći izići iz tih granica, niti će se jedna masa moći približiti, odnosno udaljiti od druge više od tih granica. Na taj bi način jedna jedina točka smještena na vrlo velikoj udaljenosti mogla sadržavati nekakvu malu masu tako da je ne bi mogla rastaviti nikakva ma kako velika upotrijebljena sila.

115. Ako se u granice druge skupine stave dvije točke, tako da njihova udaljenost bude ista kao i udaljenost takve granice od točke A , same će točke mirovati i uvijek će tu udaljenost čuvati istom, osim ako nekakvom drugom silom ne budu razmaknute više od te udaljenosti. Međutim, u prvoj će se vrsti opirati smanjivanju, a u drugoj vrsti povećavanju udaljenosti. Ako se u prvoj vrsti nekom vrlo malom silom udaljenost povećá, a u drugoj pak smanji, točke će se same od sebe nastojati u prvom slučaju ubrzanim gibanjem udaljavati, a u drugom približavati, s obzirom na to da u prvom slučaju, povećála se ili smanjila udaljenost, postoji odbijanje, a u drugom privlačenje. Dapače, također će se u prvom slučaju međusobno približavati, a u drugom udaljavati, bez obzira na to kako ih mala sila

ultra eosdem limites, ac deinde pergunt sponte in primo casu recedere, et in secundo accedere motu accelerato.

116. In limitibus tertiae classis si ponantur bina puncta in distantia limitis utriuslibet, quiescent: sed si limes sit primi generis, ut si distantia sit AN, tuebuntur illam distantiam; nam si cogantur accedere ad se invicem; statim aget repulsio *nz*; si cogantur recedere, statim aget attractio *eh*; quomobrem statim punctum conabitur recuperare distantiam priorem, et ad limitem suum regredi. Contra vero si limes fuerit secundi generis, ut L; imminuta distantia, aget vis attractiva: aucta eadem, aget vis repulsiva; adeoque in utroque casu pergunt puncta sponte recedere a distantia limitis ejusdem.

117. Porro si bina puncta ex distantia AL in *fig. 9.* limitis secundi generis deturbentur vi utcunque parva, ut si cogantur accedere ad se invicem, motus perpetuo accelerabitur per totum intervallum LI, tum ultra limitem I retardabitur, et si repulsiones per intervallum IG fuerint pares extinguendae toti velocitati acquisitae in distantia AI; motus sistetur in aliqua distantia Ax, et retro reflectetur per eosdem gradus acceleratos usque ad I, tum retardatus ad L^h, ubi jam habebit versus N eandem velocitatem, quam prius habuerat versus I, quae perpetuo augebitur per IN, tum minuetur ultra N, et si attractiones per intervallum NP fuerint pares extinguendae toti velocitati acquisitae in distantia AN; motus sistetur in aliqua distantia Ae, et vero reflectetur per eosdem gradus, et habebitur oscillatio quaedam perpetua, motu jam accelerato, jam retardato. Si autem repulsiones IHG, vel attractiones NOP non fuerint pares extinguendae velocitati, cum qua puncta deferuntur ad limites I, et N, excurretur ultra limites G, et P, adeoque etiam ultra E, et R, et oscillatio fiet major: ac poterit oscillatio ipsa esse etiam multo major ita, ut plurimos limites transgrediantur puncta ipsa; donec inveniant arcum curvae longissime recedentem ab axe repulsivum, dum ad se

^h corr. ex: I

potakla, međutim kad brzina zakratko nestane, smjer će se sile obrnuti i točka će izletjeti izvan tih granica, pa će se stoga u prvom slučaju nastojati ubrzanim gibanjem udaljavati, a u drugom približavati.

116. Ako se u granicama treće skupine stave dvije točke na koju god udaljenost od granica, onda će mirovati. Međutim, ako je granica prve vrste, kao što bi bila udaljenost AN, onda će točke čuvati onu udaljenost, jer ako bi ih se tjerovalo da se međusobno približe, odmah će djelovati odbijanje *nz*. Ako bi ih se tjerovalo da se udalje, odmah će djelovati privlačenje *eh*. Zbog toga će točka smjesta pokušati povratiti prvotnu udaljenost i vratiti se na svoju granicu. Naprotiv, ako bi granica bila druge vrste, kao L, kad se udaljenost umanja, djelovat će privlačna sila, a kad se udaljenost poveća, djelovat će odbojna sila. Prema tome u oba će se slučaja točke same nastojati udaljiti od udaljenosti iste granice.

117. Nadalje, ako bi dvije točke koje se nalaze u granicama druge vrste poremetile udaljenosti AL na *sl. 9*, ma kako malom silom, tako da budu prisiljene međusobno se približavati, gibanje će se neprestano ubrzavati duž čitavog razmaka LI, a zatim će se dalje od granice I usporavati, i ukoliko odbijanja duž razmaka IG budu kadra poništiti cijelu brzinu koja je stečena na udaljenosti AI, gibanje će se zaustaviti na nekakvoj udaljenosti Ax i okrenuti se natrag istim stupnjem ubrzanja sve do I, zatim usporeno do L, gdje će već imati istu brzinu prema N koju je prije imalo prema I, koja će se neprestano povećavati duž IN, a zatim smanjivati nakon N. A ako privlačenja duž razmaka NP budu kadra poništiti čitavu brzinu stečenu na udaljenosti AN, gibanje će se zaustaviti na nekoj udaljenosti Ae i okrenut će se istim stupnjem i postojat će nekakva stalna oscilacija dok će gibanje biti sad ubrzano, sad usporeno. Ako pak odbijanja IHG ili privlačenja NOP ne budu kadra poništiti brzinu koja točke dovodi do granica I i N, one će prijeći s onu stranu granica G i P, pa prema tome i s onu stranu E i R i oscilacija će postati veća. Sama će oscilacija moći biti također

invicem accedunt, attractivum dum recedunt parem extinguendae toti velocitati, et motui sistendo. Porro is arcus omnino inveniatur, dum accedunt ad se invicem; si enim nullus alius occurrat, erit saltem ejusmodi arcus asymptoticus ED: dum autem recedunt, poterit occurrere arcus aliquis asymptoticus, et limes ex genere *fig. 13*, quo casu oscillatio intra certos limites perpetuo continebitur, quod idem praestare poterit arcus non asymptoticus, sed longissime recedens, et maximam aream comprehendens.

118. Porro dum ejusmodi oscillatio peragitur, si externae aliqua vires agant in ea puncta, ut vis punctorum aliorum ita, ut ea distrahant a se invicem dum tendunt ad se, vel impellant a se invicem, dum recedunt, oscillatio minuetur, et fieri poterit, ut intra multo arctiores limites reducatur. Si vero e contrario in priore casu distrahantur a se invicem, et in posteriore in se invicem impellantur, oscillatio augebitur; quae si aliqui arcus curvae tam longe recedant ab axe, ut possint extinguere omnem velocitatem, quam possunt generare, omnes alii arcus curvarum omnium ad omnia puncta pertinentium, quod omnino accideret, si haberentur aliqui arcus asymptotici ejusmodi, ut exhibet *fig. 13*, adhuc oscillatio intra certos limites continebitur; et habebitur quidem motus quidam perpetuus perturbatus, et jam acceleratus, jam retardatus per vices; sed extra certos limites puncta egredi nequaquam poterunt: quod ipsum pariter accidet binis illis massis, de quibus egimus in limitibus primae classis.

119. Si autem nulli arcus curvae ejusmodi occurrerent in recessu; ubi oscillatio paullatim augetur externis viribus, si puncta deferantur ad extremos limites arcus maxime attractivi, et in repulsivum nonnihil excurrant; pergunt porro perpetuo recedere motu jam accelerato, jam retardato; et si quis arcus repulsivus sit maximus, et vires in majore distantia positae sint multo minores, ut si curva in majoribus distantis haberet pro asymptoto axem AC, vel saltem haberet arcum aliquem, ut

i puno veća, tako da same točke prelaze više granica sve dok se ne nađe luk krivulje koji se najviše udaljava od osi, a koji je odbojan dok se točke međusobno približavaju, a privlačan dok se udaljavaju, te je kadar poništiti svaku brzinu i zaustaviti gibanje. Nadalje, taj će luk postojati dok se točke međusobno približavaju. Naime, kad se ne bi pojavio nikakav drugi, barem će postojati takav asimptotski luk ED, a dok se pak udaljavaju, moći će se pojaviti nekakav asimptotski luk i granica one vrste kao na *sl. 13*. U tom će se slučaju oscilacija stalno zadržavati unutar određenih granica, a to će isto moći postići i luk, ne asimptotski, nego takav koji se jako udaljava i obuhvaća vrlo veliku površinu.

118. Nadalje, dok se vrši takva oscilacija, ukoliko neke vanjske sile djeluju na one točke, kao npr. sila drugih točaka, tako da ih međusobno odvlače jednu od druge dok one teže jedna k drugoj, odnosno da ih međusobno tjeraju jednu k drugoj dok se one udaljavaju, oscilacija će se smanjivati i moći će se dogoditi da bude svedena unutar mnogo užih granica. Naprotiv, ako se točke u prvom slučaju odvlače jedna od druge, a u drugom se tjeraju jedna prema drugoj, oscilacija će se povećati. Ako se neki lukovi krivulje udalje toliko daleko od osi da mogu poništiti svaku brzinu koju mogu stvoriti svi drugi lukovi svih krivulja koje dotiču sve točke, što bi se zasigurno dogodilo da postoje nekakvi asimptotski lukovi kao što prikazuje *sl. 13*, još uvijek će se oscilacija zadržati unutar određenih granica i zaista će postojati nekakvo gibanje stalno remećeno i naizmjenice sad ubrzavano, sad usporavano. Međutim, točke nikako ne mogu izići izvan određenih granica, a to će se isto jednako tako dogoditi onim masama o kojima smo raspravljali kod granica prve skupine.

119. Ako se pak u udaljavanju ne pojave nikakvi lukovi takve krivulje gdje se oscilacija pomalo povećava vanjskim silama, ako se točke pomaknu na krajnje granice najvećeg privlačnog luka i donekle prijeđu u odbojni, nastojat će se dalje neprestano vraćati sad ubrzanim, a sad usporenim gibanjem. Pa bude

STVCⁱ per immensa intervalla extensum, et ubique ipsi AC proximum, poterunt ea puncta recedere motu velocissimo, et ad sensum aequabili ad immensa intervalla; et in massa quadam illo perturbato motu vehementissime agitata ita, ut ejus puncta ad eum limitem accedant alia post alia, ita effluent successive. Quoniam vero deinceps transire debent per omnes eosdem arcus, eandem habebunt velocitatem ad sensum; nisi quatenus aliqua velocitatis inaequalitas habebitur; ex eo, quod dum oscillatio augetur usque ad eum limitem ita, ut ultra eum excurratur; non in omnibus punctis augmentum erit idem, et idem excursus, sed ea inaequalitas erit exigua; nam ea omnis debet esse minor, quam solum unicae postremae oscillationis incrementum; cum nimirum in oscillatione proxime praecedenti puncta ipsa non potuerint ad eum limitem pervenire. Ipsam tamen inaequalitatem augebunt etiam aliae vires aliorum punctorum totius massae, sed pariter non ita multum; nam actio punctorum remotiorum omnium in datum punctum emissum e massa eo multo minor erit, quam actio ejus unici, respectu cujus devenitur ad arcum illum maxime repulsivum, et fere eadem erit omnium earum actionum summa in omnibus.

120. Hujusmodi oscillationes habebuntur etiam in limitibus primi generis primae classis, ut in N; si vis externa agens in ipsa bina puncta fuerit satis magna, ut possit superare intervalla NL, NP; aliter oscillabitur quidem, sed ad minimas distantias hinc, et inde ab ipso limite. Hoc autem erit discrimen inter limites primi, et secundi generis hujus primae classis. Puncta constituta in limitibus secundi generis, minima quavis vi ex iisdem deturbabuntur, et ad id sufficiet mutatio distantiae utcumque exigua, ac ultro, citroque ad maximas distantias excurrent: in limitibus secundi generis requiretur vis multo major, oscillatio fiet multo minor, et hanc positionem tuebuntur puncta, illam sponte deserent. Hinc limites primi generis dicimus limites cohaesionis.

ⁱ corr. ex: STVO

li neki odbojni luk vrlo velik i ako su sile mnogo manje na većim udaljenostima, kao kad bi krivulja na većim udaljenostima imala za asimptotu os AC ili barem nekakav luk, kao što je STVC koji se proteže na neizmjerne razmake i posvuda je veoma blizak samom AC, te će se točke moći udaljavati vrlo brzim gibanjem – naizgled jednolikim za jako velike razmake, a u nekoj masi u kojoj veoma snažno djeluje neuredno gibanje, tako da se njezine točke jedna za drugom približavaju k onoj granici – te izlaziti jedna iza druge. Budući da potom moraju prijeći kroz sve one lukove, naizgled će imati istu brzinu, osim ukoliko se ne pojavi nekakva nejednakost brzine i to zato što dok se oscilacija povećava sve do te granice tako da prođe iza nje, povećanje neće u svim točkama biti jednako, kao ni izlijetanje, nego će ta nejednakost biti neznatna. Naime, nejednakost u cjelini mora biti manja negoli je to sam porast jedne jedine posljednje oscilacije, s obzirom na to da u oscilaciji koja neposredno prethodi same točke ne mogu stići do te granice. Također će i druge sile drugih točaka povećavati nejednakost čitave mase, ali isto tako ne previše. Naime, djelovanje svih udaljenijih točaka na danu točku izbačenu iz mase bit će mnogo manje nego je djelovanje nje same s obzirom na onu koja dopijeva do najvećeg odbojnog luka, i zbroj će svih tih djelovanja u svima biti otprilike jednak.

120. Takve će oscilacije postojati i kod granica prve vrste prve skupine, kao u N, ako vanjska sila koja djeluje baš na dvije točke bude dovoljno velika da može nadvladati razmake NL i NP. Oscilacija će biti drugačija negoli kod vrlo malih udaljenosti s ove ili s one strane granice. Ovo će pak biti razlika između granica prve i druge vrste te prve skupine. Točke stavljene u granice druge vrste bit će odbačene od tih granica ma kojom, vrlo malom silom, a za to će biti dovoljna ma kako neznatna promjena udaljenosti, pa će točke izlijetati na obje strane do vrlo velikih udaljenosti. Kod granica druge vrste bit će potrebna kudikamo veća sila, a nastat će kudikamo manja oscilacija i točke će čuvati taj položaj, dok će onaj same napuštati. Zbog toga granice prve vrste nazivamo granicama kohezije.

121. Haec quidem et alibi protulimus, in primis in dissertatione de lumine parte 2. Sed idcirco hic iterum commemoramus, quod ad ipsam curvae naturam intelligendam conducunt magis, cum ad limitum officia pertineant, et quidem etiam, ut solutionem exhibeamus difficultatis cujusdam, quam nostro systemati nonnulli objiciunt. Videtur iis illud consequi, massas omnes debere semper ab invicem resilire cum eadem velocitate, cum qua advenerant, ut bina etiam puncta resiliunt, et posteaquam plures etiam limites transgressa sint, retro redeunt. Atque id eo magis videtur debere fieri, quod ad limitem cohaesionis sive accedendo, sive recedendo advenitur motu accelerato, non retardato; nam in accedendo favet attractio, agens in majore distantia, in recedendo favet repulsio agens in minore.

122. At duplex est difficultatis solutio. Primo quidem si bina puncta moveantur in ea recta, quae ipsa conjungit, et sola sint, quae in se invicem agunt; tum quidem fieri non potest, ut in limite cohaesionis consistant, ob eam rationem, quam nos difficultati nobis propositae adjecimus. At si massae punctorum adsint, quae eorum motum exterius perturbent, fieri utique potest, ut externum aliquod punctum, vel punctorum massa in ea puncta inaequaliter agens, velocitatum discrimen iis extinguat in ipso eorum appulsu ad limitem aliquem, tum citissime aliorum remotiorum actione se subtrahat ita, ut deinde respectivum illorum statum turbare non possit, quo casu remanent in cohaesione, et in massis quidem integris id multo facilius consequitur, in quibus aequilibrii casus excrescunt in immensum. Sed ea de re ibi erit agendi locus, ubi de massarum compositis viribus, et aequilibrio erit sermo.

123. Deinde notandum est illud, nos hic egisse de motu binorum punctorum in ea recta, quae ipsa conjungit. At si non sibi relinquuntur, sed projiciantur temere, nunquam sane in ea projicientur recta linea, quae ipsa puncta conjungit, et quae est una e lineis numero infinitis, per quas projici possunt. In eo autem casu motus sunt longe alii. Curvam quandam describet punctum utrumque, quae circa punctum, quod in eorum

121. To smo doista iznijeli i na drugim mjestima, ponajprije u drugom dijelu *Rasprave o svjetlosti*. Međutim, spomenuli smo ih ponovno zato što više pridonose razumijevanju prirode krivulje, jer se tiču uloge granica, kao i zato da podastremo rješenje neke poteškoće koju su poneki predbacivali našem sustavu. Čini se da se njima postiže da sve mase uvijek moraju naizmjenice jedna od druge odskakati istom brzinom kojom su došle, kao da dvije točke odskakuju pa potom prelaze više granica i onda se vraćaju natrag. A čini se da se to tim više mora događati što se na granicu kohezije dolazi, bilo približavanjem, bilo udaljavanjem, ubrzanim, a ne usporenim gibanjem. Naime, pri približavanju pomaže privlačenje koje djeluje na većoj udaljenosti, a u udaljavanju to čini odbijanje koje djeluje na manjoj udaljenosti.

122. A postoje dva rješenja poteškoće. Prvo: ako se dvije točke pomiču po onom pravcu koji ih spaja i jedine su koje međusobno djeluju jedna na drugu, tada se zaista ne može dogoditi da se zadrže u granici kohezije zbog onog razloga koji smo pridodali predloženoj poteškoći. A ako su prisutne mase točkica koje izvana remete njihovo gibanje, može se, dakako, dogoditi da nekakva vanjska točka ili masa točkica koja nejednako djeluje na te točke poništi njihovu razliku brzina pri samom njihovu dolasku do neke granice, a zatim se vrlo brzo, djelovanjem drugih udaljenijih točkica, izmakne tako da potom ne može poremetiti njihovo trenutačno stanje i u tom slučaju točke ostaju u koheziji, a to se kudikamo lakše postiže u čitavim masama u kojima postoji beskrajno mnogo točkica ravnoteže. No, raspravi o tome bit će mjesto tamo gdje se bude govorilo o silama sastavljenih masa i o ravnoteži.

123. Potom treba naglasiti da smo mi ovdje raspravljali o gibanju dviju točkica na pravcu koji ih spaja. A ako ne bi bile prepuštene same sebi, nego bi ih se nasumce bacilo, to se nikada ne bi dogodilo po onom pravcu koji spaja te točke i koji je jedna od beskonačnog broja crta po kojima ih se može baciti. U tom su pak slučaju gibanja daleko drugačija. Obje točke opisuju ne-

medio concipiatur, et est commune ipsorum, gravitatis centrum, sinuabitur, et erit concava, ubi vires fuerint attractivae, convexa, ubi fuerint repulsivae; ac data virium lege per curvam nostram, et data projectionis velocitate, et directione, curva describenda definitur per generalem methodum problematis inversi virium centralium, quod quidem problema habetur passim in Elementis Mechanicae, et nos ipsi diligenter exposuimus in memoratis Stayanis supplementis §19 lib. 1. Porro curva ipsa pro variis velocitatibus, et directionibus projectionis admodum varia est, et infiniti numero habentur casus, in quibus ea circa commune illud gravitatis centrum agatur in spiram, quo casu bina etiam puncta ad se accedentia, non deinde recedunt, sed cohaerent ita, ut actio communis utrumque promoveat, vel retrahat, et hoc pacto fieri potest etiam adhaerentia quaedam punctorum unius massae cum alterius punctis, et permixtio, abeuntibus punctis ipsis circa se invicem in gyrum.

124. Demum et illud huc pertinet, limites ipsos esse posse et multo validiores, et multo minus validos, ut in *fig. 9.* in N , si curva admodum oblique secet axem arcu dNf , ut vires sint exiguae nd , ef , limes adhaesionis erit debilis; si fere ad perpendicularum ipsum secet, ut zNh , et vires sint satis validae nz' , eh , limes erit admodum validus. Pariter et illud notandum maxime; ubi distantiae exiguae sint, ut nimirum cadant in eos arcus, in quibus curva sinuatur circa axem, exigua mutatio distantiae, vim plurimum mutat, ut si pro distantia Ax sit distantia Ay , vel Al , vel major, vis debeat esse repulsiva xX , vel yY , vel nulla, vel etiam attractiva. Contra ubi distantia est satis magna et curva jam exprimit gravitatem generalem in zo , tum vero patet, mutationem exiguam distantiae parum admodum mutare vires. Nam si pro distantia Am habeatur distantia AZ pro vi mo habeatur vis Ze major ea, per quantitatem lz perquam exiguam. Id autem phaenomenis maxime consentaneum est, cum mutatio textus particularum, usque adeo mutet vires in exigua distantia agentes, ut idcirco in nutritione, et in Chymicis effectibus tantum sit inter particularum vires mutuas des-

ku krivulju koja se savija oko zamišljene točke koja se nalazi u njihovoj sredini i predstavlja njihovo zajedničko težište i bit će udubljena ondje gdje sile budu privlačne, a ispupčena gdje sile budu odbojne. A ako su zadani zakon sila za našu krivulju i brzina bacanja i smjer, opisana će se krivulja objasniti općom metodom obrnutog problema središnjih sila koja se nalazi posvuda u *Počelima mehanike*, a i mi smo je pažljivo iznijeli u spomenutim *Dodacima Stayu* § 19, knjiga 1. Nadalje, sama je krivulja za različite brzine i smjerove projekcije veoma različita i ima beskonačan broj slučajeva u kojima oko tog zajedničkog težišta pravi zavoje. I u tom se slučaju dvije točke koje se međusobno približavaju neće stoga udaljiti, nego će se držati skupa tako da zajedničko djelovanje obje ili pomiče naprijed ili povlači natrag i na taj se način može dogoditi nekakvo prijanjanje točaka jedne mase s točkama druge mase i miješanje, dok se same točke međusobno vrte u krugu.

124. Napokon, ovamo spada i to da same granice mogu biti i mnogo snažnije i mnogo manje snažne, kao na *sl. 9* u *N*. Ako krivulja veoma koso siječe os lukom dNf , tako da sile nd i ef budu neznatne, granica će prijanjanja biti slaba. Ako krivulja siječe os gotovo okomito, kao zNh , a sile nz' i eh budu dovoljno snažne, i granica će biti veoma snažna. Isto tako i ovo treba jako naglasiti: kada su udaljenosti neznatne, tako da naime padaju na one lukove u kojima se krivulja savija oko osi, onda neznatna promjena udaljenosti jako mijenja silu, kao npr. ako bi umjesto udaljenosti Ax postojala udaljenost Ay ili AI ili veća, onda bi morala postojati odbojna sila xX ili yY ili nula ili također privlačna. Naprotiv, kada je udaljenost dovoljno velika i krivulja već izražava opću gravitaciju u zo , tada je jasno da neznatna promjena udaljenosti vrlo malo mijenja sile. Naime, uzme li se umjesto udaljenosti Am udaljenost AZ , umjesto sile mo postojat će sila Ze veća od nje za vrlo malu količinu lz . To je pak ponajviše u skladu s pojavama, jer promjena spleta čestica tako mijenja sile koje djeluju na malenoj udaljenosti da se stoga u prehrani i kemijskim učincima javlja tolika razlika između uzajamnih sila čestica, jer jedne jako prijanjaju uz

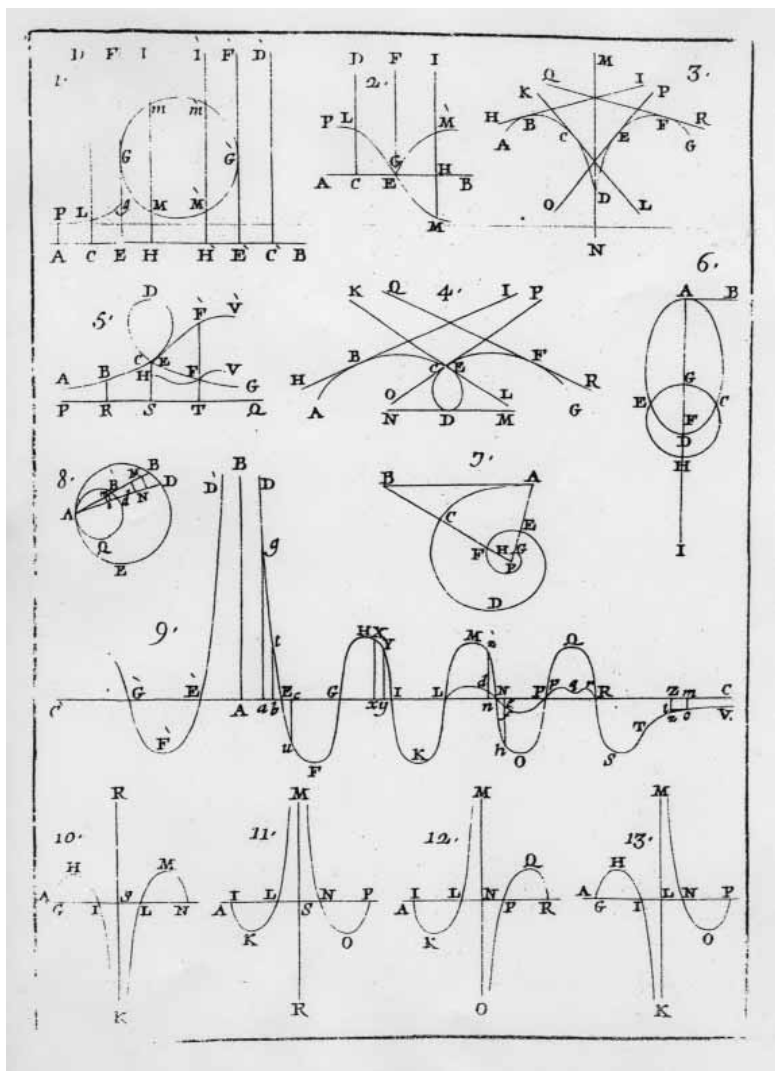
crimen, aliis se magis attrahentibus, aliis minus, aliis nihil, in eadem etiam distantia particulae a particula, cum mutato interno textu, mutantur distantiae punctorum a punctis, et virium summa mutetur, dum e contrario gravitas in Terram vel Solem, quae in tanto majore distantia agit in omnibus corporum particulis eodem loco sit ejusdem generis, respondens nimirum soli massae, sive punctorum numero, et nihil turbata a dispositione diversa punctorum, et textu. Sed de his jam satis.

Finis

De lege virium in natura existentium, 1755.

ostale, druge slabije, a ostale nikako i to na istoj udaljenosti jedne čestice od druge. Naime, promjenom unutarnjeg spleta mijenjaju se i udaljenosti točaka od točaka kao i zbroj sila, dok naprotiv teža prema Zemlji ili Suncu, koja na toliko većoj udaljenosti djeluje u svim česticama tijela na istom mjestu, biva iste vrste i odgovara samo masi, odnosno broju točaka, pa je nikako ne remeti različit raspored ili splet točaka. No, o tome je zasad dosta.

Kraj



Ilustracije nekih Boškovićevih dokaza neprekinutosti i zakona sila priložene na kraju Boškovićeva djela O zakonu sila iz 1755.